特集2 運用制約とインフォメーション・レシオ

アクティブ能力と運用制約

住友信託銀行 総合運用部 クォンツグループ
シニアクォンツアナリスト 袖 山 則 宏
（日本証券アナリスト協会検定会員）
住友信託銀行 年金研究センター
主任研究員 矢 野 学
（日本証券アナリスト協会検定会員）

目　次

1．台頭するエンハンスト・インデックス運用
2．ポートフォリオ構築上の制約による影響
3．分析のフレームワーク
4．分析結果
5．結論と今後の課題

本稿では、ポートフォリオ構築上の組み入れ銘柄数制約や空売り禁止制約、保有銘柄ウエートの上下限制約などの各種の制約条件がアクティブ運用能力に与える影響をシミュレーションによって測定することを試みた。その結果、運用効率を高めるためには、エンハンスト・インデックス（EI：Enhanced Index）ファンドのように多くの銘柄を保有することが効果的で、上下限制約などの保有ウエートに関する制約は情報比（IR：Information Ratio）を低めるよりも、むしろ極端なリターン予測がパフォーマンスに与える悪影響を緩和する面から、運用効率を改善する可能性のあることが示された。さらに、既存のアクティブ・ファンドのように、組み入れ銘柄数を制限する場合には、アクティブ・リスクを大きくしなければ高い運用効率が維持できない可能性があることが明らかになった。

袖山　則宏　（そでやま　のりひろ）
1988年早稲田大学教育学部卒業、同年住友信託銀行入社。投資調査部、資産運用部等を経て、2001年４月から現職。1992年経済学修士（筑波大学）。主要著書に「デリバリー・オプションをインプライドした理論債券先物価格」（『住友信託銀行Working Paper』No.25、1994年、共著）、「市場センチメントとTAA」（『証券アナリストジャーナル』2002年２月号、共著）などがある。

矢野　　学　（やの　まなぶ）
1991年関西学院大学理学部卒業、同年住友信託銀行入社。公的資金運用部、証券業務部投資企画室計量調査チーム等を経て、2000年９月より現職。1999年経営科学修士、2003年博士（ファイナンス）（ともに筑波大学）。主要著書に「リスク予算による運用リスク管理」（『証券アナリストジャーナル』2001年４月号）、『企業年金の資産運用』（共著、中央経済社、2003年）などがある。

本著作物の著作権は、社団法人　日本証券アナリスト協会®に属します。

1．台頭するエンハンスト・インデックス運用

マネジャー・ストラクチャーを検討する際には、運用哲学や投資スタイルなどの定性的な評価項目に加え、定量的な過去のパフォーマンス実績や将来の期待値なども重視される。主には、ベンチマーク対比でのアクティブ・リターンとアクティブ・リスクの比、すなわち情報比（IR：Information Ratio）が用いられるのであるが、近年ではこのIRを高く維持するために、多くの銘柄に投資することによってアクティブ・リスクを抑制したエンハンスト・インデックス（EI：Enhanced Index）運用を取り入れるところも出てきている。

IRは運用マネジャーの運用能力を示すとされている。もしアクティブ・リスク（TE：Tracking Error）水準によらず運用能力が一定なのであれば、TEを増大するに応じてアクティブ・リターンも大きくなる。ところが現実には、TEを高めようとすれば、さまざまな制約やコストの影響を受けてしまい、リターンは比例的には増加せず、IRは低下する。そのためマネジャーはIRを維持するために、大きなリスクテイクを避ける傾向がある。こうしたポートフォリオ構築上における制約条件がIRに及ぼす影響について検証するのが本稿の目的である。

特定のベンチマークに対する株式のアクティブ運用を想定した場合、ポートフォリオ構築プロセスとしては、①アクティブなポジションをとる銘柄の選択、②アクティブな銘柄の投資ウエートの決定、に大別される。もちろん実際にはこれらのプロセスを同時進行的に行うこともあろう。

EI運用は一般に、投資ウエートをベンチマークからあまり変えないことによってアクティブ・リスクを抑制した運用とされている。すなわち「賭けの幅」は小さくする代わりに、「賭けの回数」を多くすることで、リスクは抑制して効率的なリターンを追及するという運用戦略であると理解される。

グリノルド、カーン（1999）は、こうした投資銘柄数と運用能力IRには次のような関係があることを示した。

$$IR = IC \times \sqrt{N} \qquad (1)$$

ここで、IC（Information Coefficient）は「実現した（ex postの）」アクティブ・リターン(注１)と「事前に予測していた（ex anteの）」アクティブ・リターン（アルファ）(注２)の相関、Nは（１年当たりの）独立なアルファの予測回数、すなわち（延べ）銘柄数である。つまり、IRは（事前の予測が事後的にどの程度実現したのかという）アルファの精度と、銘柄数の平方根に比例して上昇する。

さらに、Clarke, de Silva and Thorley（2002）は、アクティブ・リターンの共分散構造を考慮しなければ、

$$IR = TC \times IC \times \sqrt{N} \qquad (2)$$

という関係があることを示した。ここで、TC（Transfer Coefficient）はポートフォリオにおける各銘柄のアクティブ・ウエートとアルファの相関である。一般に、マネジャーはある程度の精度でアルファの予測ができたとしても、その予測どおりにポートフォリオが構築できるとは限らない。運用上の制約などのため、予測を十分活用できなかったりする。この結果、運用能力は⑴式で表現されるように、単に銘柄数とアルファの予測精度

（注１）以下では、特に断らない限り、実現アクティブ・リターンの意味で、単にアクティブ・リターンと記す。
（注２）以下では、実現アクティブ・リターンと明確に区別するため、アルファと記すことにする。

本著作物の著作権は、社団法人　日本証券アナリスト協会®に属します。

だけでなく、それらをポートフォリオとして組成する能力にも依存するのである。

仮に、EI運用において用いられる各銘柄のアルファ（やアクティブ・リスク構造）が、既存のアクティブ・ファンドと同一のものである（すなわちICが同じである）ならば、これらのファンド間におけるIRの違いは、(2)式における銘柄数Nとポートフォリオ構築能力TCに起因することになる（注３）。

通常のアクティブ・ファンドでは一般に、空売りは行わないという条件（Long only constraint）の下で、少数のアルファの大きな銘柄に集中して投資されるが、これは(2)式のNを小さくするだけでなく、アルファの小さな（マイナスの）銘柄をショートしない一方、多くの銘柄を保有しないことによってアルファの大小に関係なくベンチマーク比でマイナスのウエートにすることになるなど、TCを小さくしてしまう。EI運用はいわば多数の銘柄に薄く広く投資することによってNを大きくするとともに、TCを下げないようにしてIRを高めるのである。最近ではこのほか、空売りの制約を外すことによってTCを高めるというロング・ショート（LS：Long Short）運用も登場している。

Grinold and Kahn（2000）は、こうした保有ウエートに関する制約の非効率性はパフォーマンス上において無視し得ない影響があることをシミュレーションによって示した。一方、こうした指摘とは逆に、Frost and Savarino（1988）は、ポートフォリオ構築上における非負制約や個別銘柄の組み入れ上限制約によって、リスク構造の推定誤差による影響が相殺される可能性を指摘している。同様にJagannathan and Ma（2002）でも非負制約や個別銘柄の組み入れ上限制約によってトータル・リターンの分散共分散構造が退化し、その影響はリスク構造の推定誤差による影響と相殺されるプラスの効果があることを理論的な観点から示している。

本稿では、これらの指摘を踏まえて、シミュレーションによって数値解析的にこうした制約の影響を試算するものである。ここではGrinold and Kahn（2000）では考慮されていない事前と事後のリターンの概念を取り入れることによって、事前の推定を用いて構築したポートフォリオの事後的なパフォーマンスを測定することとし、さらにベンチマーク構成銘柄すべてを投資対象とするのではなく、ポートフォリオへの組み入れ銘柄数が制限される場合についても検証を行った。また、Frost and Savarino（1988）やJagannathan and Ma（2002）が指摘した問題についても、シミュレーションによって効果の測定を試みた。その結果、保有銘柄を限定する制約が運用効率に与える影響は極めて大きく、組み入れ銘柄数が制限される場合には、アクティブ・リスクを大きくすればむしろ高い運用効率が達成される可能性のあることが分かった。また、上下限制約などのウエート制約についても、運用効率を改善する可能性のあることが示された。

本稿は以下のように構成される。まず次節においては、実務的な制約の影響についてモデルを用いて考察する。続く第３節では制約の影響を試算するためのシミュレーションのフレームワークに

（注３）どの程度の銘柄数を保有すべきかという問題は、ポートフォリオ構築上の制約のほか、アルファの精度を高めるために要するリサーチ・コストや、実際の売買に伴う取引コストなどにも依存して決まってくることになる。これらを考慮した分析を行うことは本稿での議論を非常に複雑にするため、ここでは取り扱わないこととし、第５節において議論する。

本著作物の著作権は、社団法人　日本証券アナリスト協会®に属します。

ついて説明し、第４節ではそれらの結果を示す。最後に、第５節では結論を述べるとともに、シミュレーションでは取り扱えなかった問題点と可能性について言及する。

2．ポートフォリオ構築上の制約による影響

2.1. 非負制約の影響

通常の国内株式アクティブ・ファンドで保有されている銘柄数は、おおよそ100銘柄前後であるが、ベンチマークであるTOPIXの採用銘柄数は約1,500銘柄(注４)にも上る。したがって、通常のアクティブ・ファンドでは、大半の銘柄をそのベンチマーク・ウエート分だけ常にアンダー・ウエートにしていることになる。しかし、通常はそうした銘柄すべてにベンチマーク比で弱気な見方（負のアルファを付与）をしているわけではないと考えられる。一方、それほど強気の見方（正のアルファを付与）をしていないものの、TEをある程度抑制する目的で、ベンチマーク・ウエートと個別銘柄リスクの大きな銘柄を保有せざるを得ないことを考慮すると、既存のアクティブ・ファンドの多くのポートフォリオ構築能力TCは、Clarke, de Silva and Thorley（2002）で指摘されているように、かなり低いものとなっている可能性がある。

さらに、市場は常にダイナミックに変動しており、仮にある特定期間に小型株のリターンが高い傾向が見いだされる相場環境（小型株効果）を予測していたとすれば、大型株をアンダー・ウエート、小型株をオーバー・ウエートにすればTCを高めることができる。この場合は非負制約下であっても、大型株はそのベンチマーク・ウエートまでかなり大きなアンダー・ウエートにすることができる一方で、小型株のオーバー・ウエート幅には上限がないため、（マーケット・インパクトを無視すれば）TCを高めることは比較的容易である。逆に、大型株のリターンが高い傾向が見いだされる相場環境（大型株効果）を予測していた場合には、大型株をオーバー・ウエート、小型株をアンダー・ウエートにしなければTCを高めることはできない。しかし、非負制約下では小型株はごく小さなベンチマーク・ウエートまでしかアンダー・ウエートにできず、そのため大型株のオーバー・ウエートもあまり大きくできないため、小型株相場の場合に比べてTCを高めることはそれほど容易なことではなくなってしまうのである（**図１参照**）。(注５)

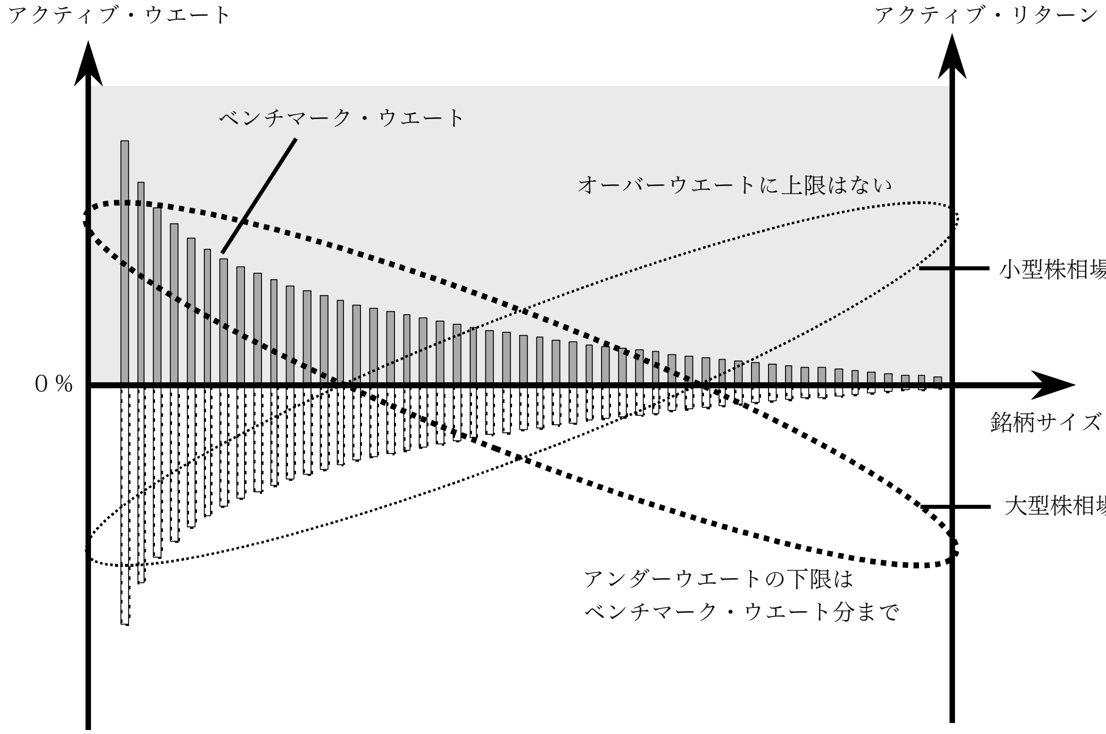
こうした制約の影響は、Flood and Ramachandran (2000)で実証分析がなされている。これによると、米国株式市場において大型株を中心に相場が上昇した1990年代後半には多くのアクティブ・ファンドがベンチマークに劣後したものの、逆に1990年代前半にはベンチマークを上回るアクティブ・ファンドが多かったことが実証的にも示されている。

（注４）　本稿執筆時点。

（注５）　仮にこれらの相場環境の変化に応じてTCに変化がないとすれば、それは大型株ほどパフォーマンスに与える影響が大きいことから、より多くのリサーチ・コストを費やし、その結果大型株ほどアルファ（やリスク構造）の推定値に対する精度が高くなるためである、と考えた方がよいかもしれない。言い換れば、実際のICは全銘柄に共通しているものではなく、大型株ほど高く、小型株になるほど小さくなるかもしれない。現実には、小型株に比べて大型株のアルファの精度が比較的高いことによるプラスの効果とポートフォリオ構築における非負制約によるマイナスの効果は相殺し合いながらも、より強いどちらかの影響が現出してくることになるだろう。

本著作物の著作権は、社団法人　日本証券アナリスト協会®に属します。

図1　非負制約下で取り得るアクティブ・ウエートの概念図



2.2. モデルによる考察

いま、時価総額加重平均型の株価指数をベンチマークとして想定し、そのベンチマークを構成する銘柄数をN、実現アクティブ・リターンはベクトル $r \in R^N$、クロスセクション分散は ω_r^2、マネジャーが推定するアルファの期待値はベクトル $\alpha \in R^N$、クロスセクション分散が ω_α^2 で表され、i 番目の銘柄のアクティブ・リターンとアルファはそれぞれ r_i、α_i（$i=1,\dots,N$）で表すこととする。また、このマネジャーが推定するアルファの分散共分散行列は $\Omega \in R^{N\times N}$ で表されるとしよう。簡単化のために、このマネジャーのICはベンチマークを構成する全銘柄に共通して同じであると仮定する。したがって、クロスセクションでのrとαの相関がICであり、

$$IC=\frac{Cov[r,\alpha]}{\omega_r\omega_\alpha}$$

を仮定する。

あるマネジャーのポートフォリオへの組み入れ銘柄数をnとし、ポートフォリオにおける各銘柄のアクティブ・ウエートをベクトル $x \in R^N$、i 銘柄のアクティブ・ウエートは x_i とする。xのクロスセクション分散を σ_x^2 とすると、このマネジャーのTCは、αとxのクロスセクションでの相関、

$$TC=\frac{Cov[\alpha,x]}{\omega_\alpha\sigma_x}$$

と表される。個々の銘柄のベンチマーク・ウエートはベクトル $b \in R^N$、i 銘柄のベンチマーク・ウエートは b_i で表す。

いま、投資家が要求するベンチマーク対比での投資超過収益率のある期待値tを達成するために、マネジャーはアクティブ・リスクを最小にするポートフォリオを組成するものとする。実際には資金の過不足が生じないように、アクティブ・

本著作物の著作権は、社団法人　日本証券アナリスト協会®に属します。

ウエートの合計が0となるような資金制約が課されるため、各銘柄のアクティブ・ウエートは次の制約条件が付いた分散最小化問題、

$$\text{Min.}\quad \frac{1}{2}x^T\Omega x, \tag{3}$$

$$\text{s.t.}\quad \alpha^T x = t,$$
$$e^T x = 0.$$

を満たすxとなる（ここで、^{T}は行列の転置を表し、$e^T=[1 \ldots 1]\in R^N$、tはターゲット・リターンである）。

より現実的には、既存のアクティブ運用手法はベンチマークを構成する全N銘柄の中から投資対象とするn銘柄を選択して、その他の銘柄は非保有とするような制約を設けた分散最小化問題(注6)、

$$\text{Min.}\quad \frac{1}{2}x^T\Omega x, \tag{4}$$

$$\text{s.t.}\quad \alpha^T x = t,$$
$$e^T x = 0,$$
$$\mathrm{diag}[-(h-1)]x = -\mathrm{diag}[-(h-1)]b.$$

（ここで、$h\in R^N$は保有する銘柄を1、保有しない銘柄を0とした保有銘柄を示すベクトルで、演算子diag[・]は、ベクトルを対角行列化する演算を表す）に帰着できる。その他にも、投資対象以外の銘柄を非保有とするのではなくベンチマーク・ウエートどおりに保有するような制約を設けた次式、

$$\text{Min.}\quad \frac{1}{2}x^T\Omega x, \tag{4'}$$

$$\text{s.t.}\quad \alpha^T x = t,$$
$$e^T x = 0,$$
$$\mathrm{diag}[-(h-1)]x = -\mathrm{diag}[-(h-1)]O.$$

（ここで、$O\in R^N$はすべての要素が0であるベクトルである）を扱うこともできる。さらには(4)式や(4')式に加えて、それぞれの投資対象となる個々の銘柄へ保有ウエート制約条件を設けることによって(注7)、

$$\text{Min.}\quad \frac{1}{2}x^T\Omega x, \tag{5}$$

$$\text{s.t.}\quad \alpha^T x = t,$$
$$e^T x = 0,$$
$$\mathrm{diag}[-(h-1)]x = -\mathrm{diag}[-(h-1)]b,$$
$$ub \geq \mathrm{diag}[h]x \geq -\mathrm{diag}[h]b.$$

（ここで、$ub\in R^N$は各銘柄に対するアクティブ・ウエートの上限値を示すベクトルである）もしくは、

$$\text{Min.}\quad \frac{1}{2}x^T\Omega x, \tag{5'}$$

$$\text{s.t.}\quad \alpha^T x = t,$$
$$e^T x = 0,$$
$$\mathrm{diag}[-(h-1)]x = -\mathrm{diag}[-(h-1)]O,$$
$$ub \geq \mathrm{diag}[h]x \geq -\mathrm{diag}[h]b.$$

といった分散最小化問題(注8)を扱う方が、より一般的であろう(注9)。

(3)式に加えてこうした制約を課していくことによって、アルファαと アクティブ・ウエートxの相関であるポートフォリオ構築能力TCは、大きな制約を受けることになるが、以下では、シミュレーションによってこれらの効果を数値によって確認する。

（注6） いわゆるロング・ショート戦略がこれに当たると言えよう。
（注7） これは通常のアクティブ戦略に当たる。
（注8） これはエンハンスト・インデックス運用に当たると考えてよいだろう。
（注9） 更に現実的には、業種ウエートの制約やファクター・エクスポージャーの制約なども設けるのが通常であるが、ここでは議論の簡単化のためこれらの問題は割愛する。

本著作物の著作権は、社団法人　日本証券アナリスト協会®に属します。

3．分析のフレームワーク

この節では、前節まで議論した保有銘柄数や非負制約、アクティブ・ウエートの上下限制約がパフォーマンスに与える影響を、以下のシミュレーションによって試算する。

① まず最初に、N個の銘柄について正規乱数を用いて実現アクティブ・リターンを生成する。

② その実現アクティブ・リターンに対して、事前の予測精度がICだったとして、コレスキー分解によって推定αを生成する。

③ この推定αを前提にして、ポートフォリオを構築する。このとき、⑷式や⑸式に則して以下のような制約を設ける。

a）保有銘柄数の制約

b）非負制約

c）アクティブ・ウエート上下限制約

④ ポートフォリオの実現アクティブ・リターンとアクティブ・リスク、実現IRを測定する。

以上を、制約の各ケースについて1,000回ずつ繰り返し、実現アクティブ・リターン、アクティブ・リスク、実現IRにはそれぞれの平均値を算出している。

なお、ベンチマークを構成する銘柄数は、計算の都合上、便宜的に500銘柄とした。また、アルファの作成やポートフォリオ構築に係るコストは一切考慮していない。

4．分析結果

4.1.保有ウエート制約の影響

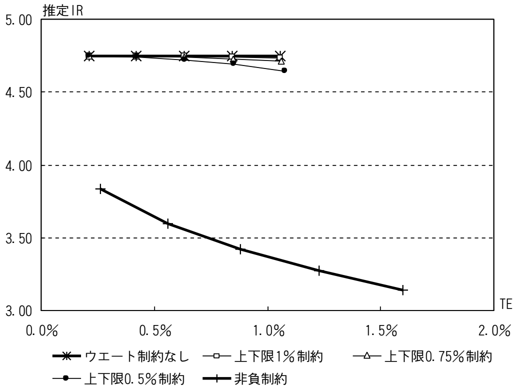
まず、非負制約や上下限制約という保有ウエート制約の影響を見るためにn=500、すなわちベンチマーク構成全500銘柄での⑷式、⑸式の結果を比較する。各式では推定アルファ系列を用いた目的関数最小化を行っているが、ここではその結果算出されるポートフォリオの推定アルファを用いた事前のパフォーマンス（**図2**）と、実現アクティブ・リターン系列を用いた事後的なポートフォリオのパフォーマンス（**図3**）を示した。また比較のため、アクティブ・ウエートの上下限をアクティブ・ウエート(注10)で1％、0.75％、0.5％とした結果も併せて示してある。

まず、保有ウエート制約がポートフォリオ構築に与える影響を事前の推定アルファによって評価する。**図2**は、全くウエート制約を課さない場合、アクティブ・ウエート上下限制約（1.0％、0.75％、0.5％）を課した場合、非負制約を課した場合に、シミュレーション各回の最適化で得られたポートフォリオの推定IR、TEの平均値を図示したものである。これによると、全くウエート制約を課さない場合には、目標アクティブ・リターンtを高めればTEも上昇し、それらには線型の関係がある。したがって、推定IRは目標アクティブ・リターン水準によらず一定となる。しかし、上下限制約や非負制約を課した場合には、目標アクティブ・リターン水準を高めればIRが低下する傾向のあることが分かる。定性的にもある程度想定されるとおり、非負制約における推定IRはTEが上昇するに従ってかなり急激に低下し、ポートフォリオ構築上極めて大きな制約となっていることが分かる。また上下限制約は、取り得るアクティブ・ウエートの幅が狭くなるに従ってポートフォリオ構築上の制約要因となる(注11)が、その影響は非負制約と比較してそれほど大きなものではないこ

(注10) 上下限制約はベンチマーク・ウエートに対する相対的な割合で課されるケースもあるが、ここではアクティブ・ウエートの絶対水準での制約を想定している。

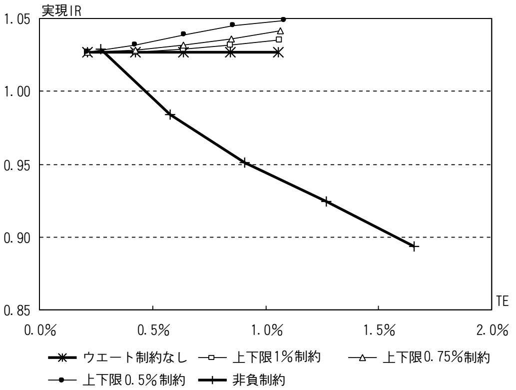
本著作物の著作権は、社団法人　日本証券アナリスト協会®に属します。

図２　ウエート制約がＩＲに与える影響(1)
［500銘柄、推定アクティブ・リターン］



（注）　ここで、TEはアクティブ・リスク、推定IRはα/TEを表している。

図３　ウエート制約がＩＲに与える影響(2)
［500銘柄、実現アクティブ・リターン］



（注）　ここで、TEはアクティブ・リスク、実現IRはr/TEを表している。

とが分かる。

次に、これらのポートフォリオが事後的にどのようなパフォーマンスを示すのかを確認する。**図３**は、これらを実現ベースで計測した場合の結果である。全くウエート制約を課さない場合の事後的な実現アクティブ・リターンとTEは、事前の関係と同様に、目標アクティブ・リターンｔを高めればTEも上昇し、それらは線型関係にある。このシミュレーションでは、各銘柄の事前のアクティブ・リターンが事後的にどの程度実現するのかというICを0.05としているため、推定IRに比べて水準自体は大きく異なるものの、実現IRも目標アクティブ・リターン水準によらず一定となる。ここで、(2)式の関係を前提にすれば、この場合のTCは、

$$TC = \frac{IR}{IC \times \sqrt{N}} = \frac{1.027}{0.05 \times \sqrt{500}} = 0.919$$

と試算される(注12)。

一方、事前の推定IRでは極めて大きな制約となっていた非負制約は、事後的にも大きな影響を及ぼしている。目標アクティブ・リターンを高めるに従い、その影響は顕著となるが、ｔ＝5.0%の場合には実現アクティブ・リターンは1.426%、TEは1.655%となり、TCを(2)式によって算定すれば0.800と全く制約のない場合に比べてポートフォリオ構築能力は約13%も低下してしまうことになる。しかし、実現アクティブ・リターンの水準は全く制約のない場合に比べてむしろ上回っており、TCが低下したのはアクティブ・リスクが大

（注11）　なお、シミュレーションにおける各銘柄のベンチマーク・ウエートは現実のウエートを近似するため、正規乱数によってベンチマーク・ウエートの対数値が正規分布となるように生成した。その結果、ベンチマーク・ウエートは、最大でも２%程度、最小では0.01%程度である。

（注12）　ここでは、事前の推定アルファとICの相関を持つ実現アクティブ・リターンを用いて、実現IRを測定している。実現IRの水準自体はシミュレーションに用いる実現アクティブ・リターンのクロスセクション分散ω_r^2の水準に影響を受けるが、ここでTCが理論値である１より小さくなるのはそのためと考えられる。

本著作物の著作権は、社団法人　日本証券アナリスト協会®に属します。

きくなったせいである。これは、非負制約のためプラスのαをもたらす銘柄に集中して投資せざるを得なくなって、リスク分散効果およびその推定精度が低下したためと考えられる。この影響はハイリスク・ハイリターンほど大きくなる。

さらに、事前の推定IRではポートフォリオ構築上比較的軽微な制約要因となっていた上下限制約の事後的な影響においては、非常に興味深い結果が得られている。取り得るアクティブ・ウエートの幅が狭くなるにつれて、また目標アクティブ・リターン水準が高くなるにつれて、実現IRが上昇しているのである。アクティブ・ウエート上下限が0.5%のケースでは、t＝5.0％の場合のTCを⑵式によって算定すれば0.937と全く制約のない場合に比べてポートフォリオ構築能力は約２%改善している。こうした現象は次のように解釈することができる。すなわち、上下限制約を設けない場合には、極端に絶対値の大きなアルファが推定された銘柄には、最適化の過程で極端に大きなアクティブ・ウエートが付いてしまうが、推定された高いアルファ（アクティブ・リターン）が実現しない場合にはパフォーマンスには大きなマイナスの影響を与える。しかし、上下限制約を設ける場合には、そうした極端なウエート付けが避けられるため、パフォーマンスに与えるマイナスの影響を緩和し、運用効率が向上する可能性がある、というものである。したがって、こうした上下限制約にはわずかながらもFrost and Savarino（1988）、Jagannathan and Ma（2002）らが指摘した効果が認められたわけである。

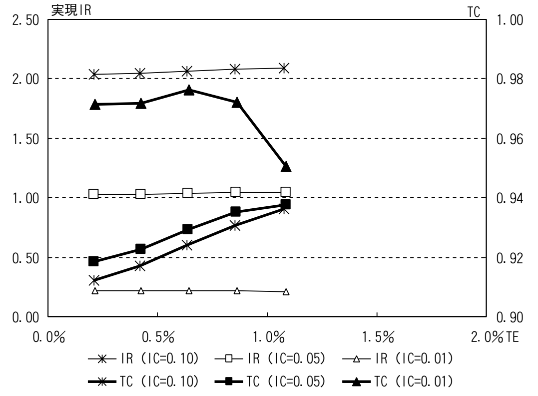
このような上下限制約のパフォーマンスに与えるプラスの影響は、アルファ精度（IC）と推定するアクティブ・リターンのクロスセクション分布の分散に依存していることが想定される。ICが高ければこうした効果は小さく、逆にICが低ければ大きくなると考えられる。またクロスセクション分散が大きくなれば効果は強まり、逆に分散が小さくなれば低下することも想定される。そこで、**図４**ではICの違いによる影響、**図５**ではクロスセクション分散の違いによる影響を分析した結果を示した。なお、ここでの上下限ウエート制約は共通して0.5%としている。

まず、ICの違いによるウエート制約のポートフォリオ構築への影響から詳しく見ていくことにしよう。ICが高くなれば、もちろん事後的な実現IR水準は高まり、ICを0.01、0.05、0.10と高くするに従って、実現IRの水準は大きく異なってくる。しかし、TCはむしろICが低いほど高い傾向が明白である。ICが0.10と0.05の場合は目標アクティブ・リターンt（もしくはTE）を大きくするほど、むしろIRは高くなる。ただし、ICが0.01のケースにおいて、TEが0.6%程度まではTCは上昇しているが、それ以上の水準となるに従ってTCは低下している。これはtが高まるに従い、それまではアクティブ・リターンの推定誤差の影響が結果的にプラスに働いていたものの、上下限制約によるポートフォリオ構築上のマイナスの影響がそれを上回るようになってくるためと考えられる。

次に、推定アクティブ・リターンのクロスセクション分散ω_α^2の違いによるウエート制約のポートフォリオ構築への影響を見てみる。ここでは、ω_αが変化する場合の影響は、目標アクティブ・リターンtの水準に大きく左右されることが分かった。ω_αを小さくすれば、上下限ウエート制約がポートフォリオ構築上に与えるマイナスの影響は逓減できると考えられたが、一方で同じtを達成しようにもω_αが高いケースに比べて極端なポジションを取らなければならなくなり、こうした影響でむしろポートフォリオ構築能力TCは低下

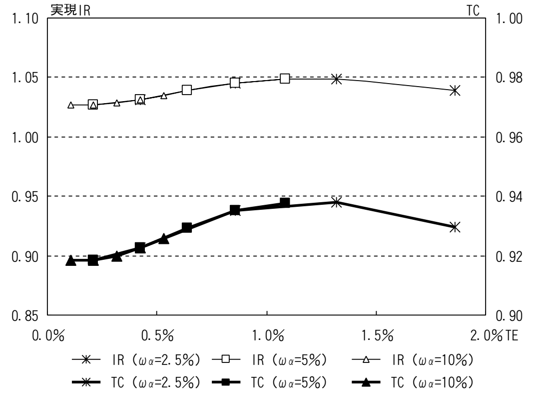
本著作物の著作権は、社団法人　日本証券アナリスト協会®に属します。

図４　ウエート制約がＩＲに与える影響(3)
［500銘柄、実現アクティブ・リターン］



（注）　ここで、TEはアクティブ・リスク、実現IRはr/TEを表している。TCは(2)式により算出した。また、ここでのアクティブ・ウエートの上下限制約は0.5%としている。

図５　ウエート制約がＩＲに与える影響(4)
［500銘柄、実現アクティブ・リターン］



（注）　ここで、TEはアクティブ・リスク、実現IRはr/TEを表している。TCは(2)式により算出した。また、ここでのアクティブ・ウエートの上下限制約は0.5%としている。

してしまう。ω_αが2.5%のケースでTEが１%前後を境として低下していくのはそうした要因が作用しているものと考えられる。逆にω_αが10%のケースでは、tによる制約が相対的に緩慢なものとなり、TCの改善度合いが比較的低いままになっているのではないかと想定される。

4.2. ポートフォリオへの組み入れ銘柄数の違いによる影響

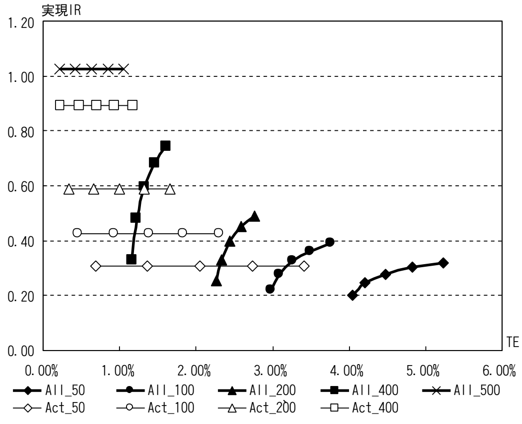
次に、ポートフォリオへの組み入れ銘柄数の違いがアクティブ能力に与える影響を見てみる。**図6**では組み入れウエート制約がないケースとして、(4)式において投資対象銘柄数ｎを変化させた場合の実現IRとアクティブ・リスクの関係を見たものである。併せて、非保有銘柄による影響を比較するために、非保有とする銘柄をベンチマーク・ウエートで保有し、それ以外の銘柄をアクティブに保有するケース、すなわち(4')式における結果も示してある。また、**図７**では組み入れウエート制約として、非負制約および上限５%制約を課した(5)式および(5')式における同様の結果を示した。

まず、ウエート制約を課さないケース（**図6**）における組み入れ銘柄数の違いによる影響を見ていくこととする。以降の図において、All_50、All_100、All_200、All_400、All_500としているのは、その銘柄数だけに投資したケースを、Act_50、Act_100、Act_200、Act_400と示したものは、全銘柄を組み入れ、それぞれ50、100、200、400銘柄をアクティブに保有し、それ以外はベンチマーク・ウエートどおりに保有するケースを表している。ポートフォリオへの組み入れ銘柄数が500銘柄のケースは、前節でのウエート制約がないものと同じで、目標アクティブ・リターンｔやTEによらず実現IRは一定である。また、一部をアクティブ・ウエートで保有し、残りはベンチマーク・ウエートで保有するケースについても、実現IRの水準自体は低下するものの、ｔやTEによらず一定となる。もちろんアクティブに保有する銘柄が少ないほど、それはタイトな制約となるため、実現IR水準は低いものとなる。

しかしながら、ベンチマーク構成銘柄すべてを

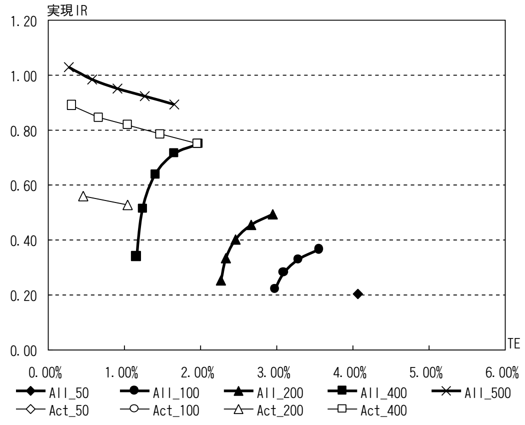
本著作物の著作権は、社団法人　日本証券アナリスト協会®に属します。

図６　組み入れ制約がIRに与える影響(1)[ウエート制約なし、実現アクティブ・リターン]



（注）　ここで、All_50、All_100、All_200、All_400、All_500は、その銘柄数だけに投資したケース、Act_50、Act_100、Act_200、Act_400は全銘柄を組み入れ、それぞれ50銘柄、100銘柄、200銘柄、400銘柄をアクティブに保有し、それ以外はベンチマーク・ウエートどおりに保有するケースを示す。TEはアクティブ・リスク、実現IRはｒ/TEを表している。

図７　組み入れ制約がIRに与える影響(2)[ウエート制約あり、実現アクティブ・リターン]



（注）　ここで、All_50、All_100、All_200、All_400、All_500は、その銘柄数だけに投資したケース、Act_50、Act_100、Act_200、Act_400は全銘柄を組み入れ、それぞれ50銘柄、100銘柄、200銘柄、400銘柄をアクティブに保有し、それ以外はベンチマーク・ウエートどおりに保有するケースを示す。TEはアクティブ・リスク、実現IRはｒ/TEを表している。

組み入れないケースでは傾向が全く異なり、ｔやTEを高めるほど、実現IRが高まる結果が得られた。こうした現象の解釈として、組み入れ銘柄数を限定する場合には、非保有とする銘柄はベンチマーク・ウエートに対してアクティブにアンダー・ウエートとなっており、非保有とすること自体でアクティブ・リターンやアクティブ・リスクが発生する要因になっている。そうした非保有の制約は、目標アクティブ・リターンｔが低い場合にはアクティブ要因の大半を占めることになってしまうが、ｔが高くなるに従ってこの影響度合いは相対的に弱まってくることになるため、ｔやTEが高いほど実現IRが高くなる、という一見奇妙にも思える結果となったのではないかと考えられる。そして、組み入れる銘柄数が少ないほど非保有制約の影響は大きくなってくるため、実現IR水準は低下することになるが、実現アクティブ・リターンの水準で見れば、逆に組み入れ銘柄数が少ない方が高くなる傾向がある。したがって、非保有銘柄が存在することによるポートフォリオ構築上への影響は、アクティブ・リスクがうまく分散されないということによってアクティブ能力を低下させる作用があるのではないかと考えられる。

続いて、非負制約および上限５％制約を課したケースにおける結果（**図７**）を見てみよう。組み入れ銘柄数が500銘柄のケースにおいて、目標アクティブ・リターンｔを高くすれば実現IRが低下するという結果は、前節での分析と同様である。さらに、500銘柄のうち、一部をアクティブ・ウエートで保有するケースでも、非負制約や上限制約の影響で、ｔが高くなれば実現IRは低下していくことになる。しかしながら、All_200とAct_200のケースを比較すると、Act_200の方が低リスクで高いIRを実現している。これは、All_200のケースでは、非保有銘柄のせいでリスクを小さくできないことが作用して、ハイリスクにせざるを

本著作物の著作権は、社団法人　日本証券アナリスト協会®に属します。

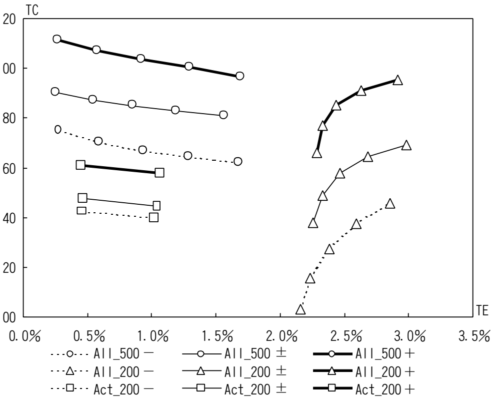
得ず、かつ効率が落ちてしまったためである。逆にいうと、アクティブな判断をしない銘柄についてはベンチマーク・ウエートで保有することによって、リスクを小さくし、IRを高く保つことができるのである。こうした結果はリスクの小さなEI運用がなぜ採られるかを説明するものである。なお、Act_50やAct_100、Act_200ではtの水準によっては目標となるポートフォリオが実現不可能となるため、そうした部分は図中では描かれていない。

次に、ベンチマーク構成銘柄すべてを組み入れないケースでは、ウエート制約を課さないケースと同様に、tやTEを高めるほど、実現IRが高まる結果が得られた。ウエート制約のないケースと同様の解釈が可能と考えられるが、ウエート制約を課す場合には非保有制約に加えてより大きな制約となってしまうことから、tを高めても実現IRの改善度合いはウエート制約のないケースと比較して緩慢なものとなっている。また、銘柄数を少なくするに従って制約を満たす実現可能なポートフォリオは限定されるため、All_50、All_100のケースで実現不可能なものは図中では表れていない。実際のアクティブ運用では組み入れ銘柄数をかなり限定し、かつ非負制約やさらにはアクティブ・ウエートの上下限を設ける場合が多いが、そうしたケースではTEをかなり高めなければ運用効率を十分に高めることができない可能性が示されたと言えよう。

4.3. サイズファクター効果による影響

最後に、非負制約による影響をより詳しく観察するために、（銘柄の）サイズファクターによってアクティブ・リターンがある程度説明されるような相場局面を想定して、サイズファクター効果が存在する場合の非負制約の影響を確認してお

図８　非負制約のサイズ効果による影響［実現アクティブ・リターン］



（注）　ここで、All_200、All_500は、その銘柄数だけに投資したケース、Act_200は全銘柄を組み入れ、200銘柄をアクティブに保有し、それ以外はベンチマーク・ウエートどおりに保有するケースを示す。TEはアクティブ・リスク、TCは⑵式により算出した値を表している。

く。**図８**では組み入れ銘柄数を200銘柄としたケース、さらに組み入れは500銘柄であるが、アクティブに保有する銘柄数を200銘柄、500銘柄とした各ケースにおいて非負制約を課した際の結果を比較してある。なお、ここでは、それぞれのケースにおける1,000回のシミュレーションのうちで銘柄サイズが小さい（小型株）ほどアクティブ・リターンが低かった300回（小型株効果－、細点線）、小型株ほどアクティブ・リターンが高かった300回（小型株効果＋、太実線）、それ以外の400回（小型株効果±、細実線）に分けて、⑵式から算出されるTCとTEの関係を図示した。

シミュレーションの結果、すべてのケースにおいて小型株効果が大きいほど実現IRが高まり、かつポートフォリオ構築能力TCも高まっていることが確認できる。すなわち、小型株のアクティブ・リターンが小さい（大きな負の値）場合には、大型株は制約上限まではオーバー・ウエートにできる一方、小型株は非負制約によって大きくアンダー・ウエートにすることができず、TCが低下

本著作物の著作権は、社団法人　日本証券アナリスト協会®に属します。

してしまうのである。逆に小型株効果が強い場合には、小型株は制約上限まではオーバー・ウエートにでき、また大型株は比較的大きなそのベンチマーク・ウエートまではアンダー・ウエートにすることができるため、TCが大きく低下することはないのである。したがって、非負制約は（大型株もしくは小型株が上昇するような）相場局面に応じて、非対称な影響を及ぼすことになるのである。

5．結論と今後の課題

本稿では、アクティブ運用における運用能力を示すIRについて、ポートフォリオ構築上におけるさまざまな制約が及ぼす影響をシミュレーションによって測定することを試みた。同様の研究としてGrinold and Kahn（2000）が挙げられるが、本稿ではまず、事前と事後のリターンの相関をICで関連付けている点、想定するベンチマークを構成する銘柄の中でポートフォリオに組み入れない非保有銘柄の存在を考慮している点、非負制約だけでなく上下限などのウエート制約の影響を考慮している点から、新たに以下のような知見を得ることができた。

まず、非負制約はポートフォリオ構築能力TCを大きく低下させる可能性のあることが示された。一方、上下限制約は、ポートフォリオ構築に用いる事前のフロンティア上では効率性を低下させるものの、事後的に実現するフロンティア上ではわずかながらも効率性が向上する効果が確認できた。上下限制約を設けない場合には、極端に絶対値の大きなアクティブ・リターンが推定されることによって最適化の過程で極端に大きなアクティブ・ウエートが付いたりするが、実現リターンが必ずしも大きな値でなかったりすることから、パフォーマンスにはマイナスの影響を与えることになってしまう。一方で、Frost and Savarino（1988）やJagannathan and Ma（2002）が指摘したように、上下限制約を設ける場合には、そうした極端なウエート付けを避けることができるため、パフォーマンスに与える影響を緩和し、運用効率が改善する可能性があると解釈できる。このような影響は、アルファ精度（IC）に依存しており、ICが小さいほど上下限制約による運用効率改善の効果が顕著であることも確認できた。また、アクティブ・リターンのクロスセクション分布の分散が大きいほど、この効果が大きいものと想定されたが、シミュレーションの結果からはポートフォリオの目標アクティブ・リターンの水準に大きく左右されることが分かった。分散が小さい場合、上下限ウエート制約がポートフォリオ構築上に与えるマイナスの影響は小さくなるが、一方で同じ目標リターンtを達成しようにも分散が大きいケースに比べて極端なポジションを取らなければならなくなり、こうした影響でむしろポートフォリオ構築能力TCは低下してしまうことになってしまうと考えられる。

次に、ベンチマーク構成銘柄すべてを組み入れないケースでは、目標アクティブ・リターンやアクティブ・リスクを高めるほど、実現IRが高まることになる。これは、一部の銘柄を非保有とする制約が、目標アクティブ・リターンが低い場合には逆に大きな制約要因となってしまうが、これが高くなるに従ってこの影響度合いは相対的に弱まってくることになるためと考えられる。さらに、組み入れ銘柄数が少ないほど非保有制約の影響は大きくなるため、実現IR水準は低下するが、一方で実現アクティブ・リターンの水準は高くなる傾向が認められた。したがって、非保有銘柄が存在することによるポートフォリオ構築上への影響

本著作物の著作権は、社団法人　日本証券アナリスト協会®に属します。

は、アクティブ・リスクが十分に分散されないことによってアクティブ能力を低下させる作用があると解釈できるのである。このことは逆に、アクティブ銘柄以外の銘柄もベンチマーク・ウエートで保有することによってリスクを低下させ、効率性の低下を防ぐことができることを意味し、EI運用の根拠を提供している。

また、サイズファクター効果が存在する場合の非負制約の影響についても分析を行った。シミュレーションの結果、小型株効果が大きいほどポートフォリオ構築能力TCが高まり、運用効率が高まる傾向があることが確認できた。これは、大型株相場では、大型株は制約上限まではオーバー・ウエートにできるものの、小型株は非負制約によって大きくアンダー・ウエートにすることができないためにTCが低下してしまい、逆に小型株効果が強い局面では、小型株は制約上限まではオーバー・ウエートにでき、かつ大型株は大きなベンチマーク・ウエート分まではアンダー・ウエートにすることができることから、TCの低下余地は小さいためである。したがって、非負制約は大型株相場や小型株相場などの局面に応じて、非対称な影響を及ぼすことが示された。

以上の結果はあくまでシミュレーションで仮定した範囲内で得られた結論であり、本稿では取り扱うことができなかったさまざまな問題を考慮すれば、異なった結論となる可能性があることを指摘しておきたい。まず、今回の分析ではコストについては一切考慮していない。また、具体的な運用ファンドの規模も想定しておらず、特に運用規模が大きな場合には、マーケット・インパクトとして大きなコストを負担しなければならなくなる可能性がある。その場合には、今回のサイズファクター効果による影響が異なってくる、すなわち、小型株相場でのTCが大型株相場でのTCを上回る現象は見られなくなる可能性が想定される。さらに、アルファを作成するためのリサーチ・コストをも考慮すれば、マーケット・インパクトの大きな流動性の乏しい小型銘柄のアルファを他の銘柄と同等の精度で推定することは、むしろ非効率な作業となる可能性もある。また、組み入れ銘柄数制約による影響では、銘柄数を多くすることによって、リバランスに伴うコストも無視できなくなってしまう。この場合には、むやみに銘柄数を多く保つことはむしろ運用効率を低下させる要因にもなりかねなくなる可能性が想定される。こうした影響を考慮した分析を行うことは論旨を煩雑にするため本稿では避けたが、かかる問題を取り扱うことは今後の課題としたい。

最後に、本稿におけるシミュレーションでは、幾つかの有用な可能性が示されたが、それはあくまで既存の運用として利用していたアルファやリスクの推定値を用いる場合の議論である。こうした運用効率改善の努力を行うことはもちろんであるが、調査対象銘柄の拡大やアルファの精度向上によって運用効率を向上させることこそが、運用にとって最も大切なことは申すまでもない。

本稿を執筆するに当たり、浅野幸弘氏（横浜国立大学）から非常に多くの有益なコメントをいただいた。記して感謝申し上げる。なお、本稿の内容は、筆者らが所属する組織を代表するものではなく、すべて個人的見解である。また、本稿に残された誤りは、筆者らの責に帰するものである。

〔参考文献〕

・Clarke, R., H. de Silva and S. Thorley (2002), "Portfolio Constraints and the Fundamental Law of Active Management," *Financial Analysts Journal*, September/October.　邦訳：「ポートフォリオ制約とアクティブ運用の基本法則」、藤林宏（訳）、『証券アナリス

本著作物の著作権は、社団法人　日本証券アナリスト協会®に属します。

トジャーナル』2003年11月。
・Flood, E. and N. Ramachandran (2000), "Integrating Active and Passive Management," *Journal of Portfolio Management*, Fall.
・Frost, P. A. and J. E. Savarino (1988), "For Better Performance : Constrain portfolio weights," *Journal of Portfolio Management*, Fall.
・Grinold, C. G. and R. N. Kahn (2000), "The Efficiency Gains of Long-Short Investing," *Financial Analysts Journal*, November/December.
・Jagannathan, R. and T. Ma (2002), "Risk Reduction in Large Portfolios : A Role for Portfolio Weight Constraints," *Unpublished Working Paper*.
・Kahn, R. N. (2000), "Most Pension Plans Need More Enhanced Indexing," *Enhanced Indexing*, Fall.
・R. C. グリノルド、R. N. カーン (1999)、『アクティブ・ポートフォリオ・マネジメント』、東洋経済新報社。

本著作物の著作権は、社団法人　日本証券アナリスト協会®に属します。