

日本国債市場の流動性構造と執行コスト

—電子取引プラットフォームにおける引き合いデータの分析と考察—

角 間 和 男 CMA

目 次

- | | |
|---------------|------------------|
| 1. はじめに | 4. 分析結果と考察 |
| 2. 債券の引き合いモデル | 5. 複数社引き合いと執行コスト |
| 3. 分析対象データ | 6. 終わりに |

近年、日本国債市場の規模拡大は著しく、それに伴って流動性は向上し、投資家にとっては執行コストが低下したと言われる。しかし、店頭取引が中心の債券市場ではデータに関する制約が厳しく、その実証には限界があった。本稿では、電子取引プラットフォームにおける取引データを分析することにより、債券ディーラーの提示レートのばらつきから国債市場の流動性を推定し、それと密接に関連する執行コストに関する考察を試みた。

1. はじめに

国債などフロー性金融商品の流動性は、その商品の市場における売買の容易さとして定義されるのが一般的である。それを定量的に表す変数としてはビッド・アスク・スプレッド（注1）が用いられ、その分析に基づいて流動性を議論することが多い。このスプレッドが大きければ流動性が低く、小さければ流動性が高いとされるのである。しかし、債券についてはそのビッド・アスク・スプレッドが指すものが必ずしも明確ではない。

例えば、業者間市場における売り気配と買い気

配の利回り（レート（注2））差として定義されることがある。これは取引所取引が中心の株式市場などに重ね合わせれば自然な発想であり、日本国債についても、興味深い結果を示した先行研究がある（注3）。一方、店頭取引が中心の債券市場においては、投資家がこの業者間市場にアクセスするわけではなく、個々の債券ディーラーとの相対取引となる。最近はその相対取引の目安となる参考気配レートを多くの債券ディーラーが情報ベンダーやインターネットを通じて公表するようになったが、そこで観測されるビッド・アスク・スプレッドは業者間のそれとは当然異なる。両者を比



角間 和男（かくま かずお）

エンサイドットコム証券代表取締役社長。1988年東京大学大学院理学系研究科修士課程修了。同年野村総合研究所入社。98年野村證券入社、2002年金融研究所投資技術研究部金融数理分析課長、08年ポートフォリオ・コンサルティング部長。11年7月より現職。共著に、『投資家の予想形成と相場動向』（日経BP社、2001年）、『日本の資本市場』（東洋経済新報社、2002年）など。

較すると、市場で頻繁に取引されている指標的な銘柄については、業者間取引のビッド・アスク・スプレッドは個社のそれよりも一般に小さい。ただし、業者間取引では全ての銘柄について気配レートが常に出そろっているわけではないため、一部の指標的な銘柄を除けば、実際に取引されるレートとの連動性は、個々の債券ディーラーが網羅的に提示する気配レートの方が業者間の気配レートよりも高い場合もある。

このような状況で、投資家が債券の売買を意図してディーラーにレート提示を求めた場合にどのような結果になるかという問いに答えることはそれほど容易ではない。債券ディーラーは必ずしも自社の参考気配レートをそのまま提示するわけではないだろうし、業者間の気配レートを提示するわけではもちろんない。そして、提示するレートはディーラーによって異なり、投資家がレート提示を何社の債券ディーラーに求めるかによっても実際に執行する際のレートは異なるのが普通である。つまり、結果は投資家の取引手法にも依存し、多少乱暴な表現になるかもしれないが、実際にディーラーに対してレート提示を求めてみないと分からないところさえある。

本稿では、電子取引プラットフォームにおける債券ディーラーの提示レートを分析対象とし、その分布に基づいてビッド・アスク・スプレッドの構造を推定した。ただし、いかに電子取引であっても、同一銘柄についてほぼ同時刻に売りと買いの取引が行われることは稀であり、ビッド・アスク・スプレッドを直接推定することは困難である。

そこで、本稿ではシンプルなモデルを介在させることにより、提示レートの分布とビッド・アスク・スプレッドとの間の関係を導いた。それを用いれば、提示レートのばらつきを分析することにより、ビッド・アスク・スプレッドの構造、さらには流動性の構造についての考察が可能になる。

本章に続く第2章では、債券取引におけるディーラーの提示レート分布に関するシンプルなモデルを示し、その概要を説明する。

第3章では、分析に用いた電子取引データの概要を説明し、第4章では、実際の分析結果から、国債市場の流動性の構造とその時間変化を考察する。

第5章は、国債市場の流動性と執行コストの関係に関する考察である。特に、複数のディーラーに対してレート提示を求める効果について考えた。

第6章は本稿のまとめであり、国債市場の流動性と執行コストに関する拙見を述べる。

2. 債券の引き合いモデル

債券取引の大部分は店頭（over-the-counter；OTC）取引である。一般的な形態としては、投資家が債券ディーラー（通常は証券会社）にレートの提示を求め、それが自らにとって望ましければ約定し、そうでなければキャンセルする。このレート提示を求める投資家の行為を「引き合い」、それに対してレートを提示する債券ディーラーの行為を「マーケット・メイク」と呼ぶ。これらは、

（注1） 債券市場の実務では、「オファー・ビッド・スプレッド」とされることも多いが、本稿では他市場に関する分析や先行研究との整合性から「ビッド・アスク・スプレッド」と表記した。

（注2） 日本では債券取引の多くは単利計算による最終利回りによって行われるが、本稿ではこれを「レート」と表現する。

（注3） 種村他 [2003] を参照。

通常は電話で証券会社のセールスを介して行われるが、近年は後述する電子取引プラットフォームや必要に応じて電子メールが併用されることも多くなっている。

投資家の引き合いに対して提示するレートは、個々の債券ディーラーによって異なるのが普通である。それは、一言で言えばマーケット・メイクの能力、もう少しブレイクダウンすれば、リスク管理能力やポジショニング（在庫状況）、さらにはディーリング全般にかかるコストなどを総合的に反映して決まる。以下では、この提示レートのディーラー間のばらつきが存在することを所与として、それをシンプルなモデルで表現してみることにする。なお、モデルの数学的な部分は稿末にて補足することとし、以下では概要のみを述べる。

まず、 n 社の債券ディーラーがマーケット・メイクを行っており、それぞれが投資家の売りに対して提示するレート（ビッド・レート）を BR_i ($1 \leq i \leq n$)、買いに対して提示するレート（アスク・レート）を AR_i ($1 \leq i \leq n$)とする。ここで、アスク・レート AR_i の最大値を BAR （投資家にとって最も有利なアスク・レート）、最小値を WAR （最も不利なアスク・レート）、ビッド・レート BR_i の最小値を BBR （最も有利なビッド・レート）、最大値を WBR （最も不利なビッド・レート）とする（注4）。また、 AR_i は $M-D$ の下で、 BR_i は $M+D$ の上で指数分布し、その分布関数は全てのディーラーについて等しいものとする（注5）。ここで M は、コストが無視できるなど理想的な状態での市場実勢レート（中心レート）であり、 D は債券ディーラーが提示するレートの中心レートからの乖離の限界

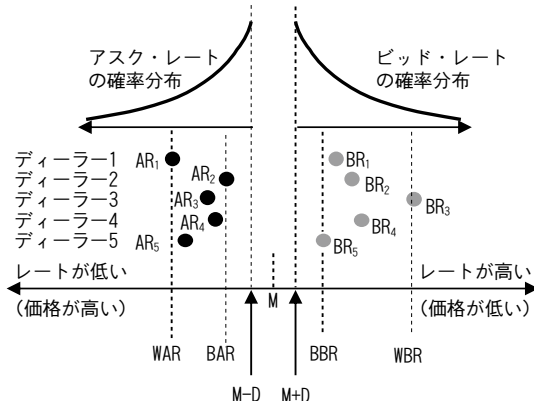
値である。つまり、 D は引き合いディーラー数を多くした時にベスト・レートがどこまで中心レート M に近づくかを示すパラメーターである（注6）。

図表1は、ディーラー数が5 ($n=5$) の場合のこのモデルの概念図である。

ここで、ベスト・レートとワースト・レートとの差の期待値を「レート分散（dispersion）」と定義し、 V と表すことにする（注7）。つまり、 V は、投資家の売り引き合いの場合は $WBR-BBR$ 、買い引き合いの場合は $BAR-WAR$ となる。また、各ディーラーのビッド・アスク・スプレッドの期待値を「個社スプレッド」と呼び、 S で表す。このとき、レート分散 V と S は以下の関係で結ばれる（補遺(2)式(9)）。

$$V = \frac{1}{2} \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k} \right) (S - 2D) \quad \dots \textcircled{1}$$

図表1 モデルの概念図（ $n=5$ のケース）



（出所）筆者作成

（注4）それぞれ「Best Ask Rate」「Worst Ask Rate」「Best Bid Rate」「Worst Bid Rate」の略である。

（注5）これによってディーラーの均質性（一様性）を仮定している。

（注6）直感的には D はゼロに近い値をとると考えられるが、本稿はその検証を対象としていない。

（注7）統計学で用いられる「分散（variance）」ではないことに注意。

特に、5社引き合いの場合のレート分散 V_5 については以下のように表される（補遺(2)式(10)）。

$$V_5 = \frac{25}{24}(S - 2D) \quad \dots \textcircled{2}$$

つまり、個社スプレッドが大きくなるにしたがってレート分散も大きくなるが、特に5社引き合いの場合は、個社スプレッドの拡大がほぼそのままレート分散の拡大幅となる（注8）。この関係を用いれば、レート分散を観測することによって、個社スプレッド、すなわち市場の平均的なビッド・アスク・スプレッドの変動や構造を推定することが可能になる。次章以降では、5社引き合いの場合のレート分散 V_5 を電子取引プラットフォームで観測されたデータから推定し、それを基に国債市場の流動性と執行コストについて考察する。

3. 分析対象データ

本稿の分析では、エンサイドットコム証券が運営するプラットフォーム（以下：エンサイ）における取引データを用いた。エンサイの概要については補遺(3)を参照していただきたいが、簡単に表現すれば、参加証券会社中最大5社に同時に引き合い、その中で最も望ましいレートを提示した証券会社と取引ができる債券の電子取引プラットフォームである。

分析対象としたのは、2003年から11年までの9年間に、エンサイにおいて5社に対して引き合い要求がなされ、しかもその全社からレートが提示されたデータである。その中には、投資家が想

定したレートに達していなかった等の理由により、約定にまで至らず引き合いがキャンセルされたものも含まれる。一方で、ディーラーが提示レートを誤ったと推察される少数の実勢を反映していないデータは分析対象から除いた（注9）。結果として分析対象となったデータは117,360件であり、これら全てについてレート分散、すなわち提示レートの最大値と最小値の差を求め、取引日（年次）および対象債券の残存期間（1年刻み）によって区分した上で平均した値を示したのが図表2である。

データは電子取引の普及とともに増加しており、特に07年前後の件数の伸びが大きいことが分かる。また、残存期間別に見ると、最も引き合い件数が多かったのが2年、5年、10年に区分されているセクターであり、20年、30年についても前後の年限に比べて引き合いが多かったことが分かる（注10）。これは、この年限で新発債が定期的に発行されていることによることは明らかである。

4. 分析結果と考察

本章では、前章で示したデータについて特徴的な構造を取り上げ、それらについて考察を加える。ここでは引き合いデータから計算されるレート分散を考察対象としたが、式②の関係により、これはビッド・アスク・スプレッドの変動や構造上の特徴をそのまま反映している。つまり、本稿における分析のフレームワークの中では、レート分散

（注8） $D=0$ まで仮定すれば、5社引き合いのレート分散 V_5 と個社スプレッド S は水準もほぼ等しいことになる。

（注9） 全117,389件のうち29件（約0.025%）を対象から除いた。

（注10） 図表2（図表注）2にある通り、残存期間は1年刻みであり、例えば、「10年」は「9.25年以上10.25年未満」という意味である。

ド・アスク・スプレッドが市場変動性（ボラティリティ）によって影響を受けるだろうことは容易に想像できるが、それを確認するために市場変動性を示す変数として日本相互証券の業者間取引における各年限のカレント銘柄について月間利回り変動幅（＝月間最高取引利回り－月間最低取引利回り）を併せて示してある。

このグラフを見ると、電子取引の引き合いデータから算出したレート分散と、業者間取引の約定利回りから算出した市場変動性の間に強い相関があることが分かる。これは、市場変動性の上昇が債券ディーラー各社のビッド・アスク・スプレッドを拡大させ、それがレート分散になって現れていることによるものであると考えられる。

03年5月までは長期金利が0.5%を割り込むような史上空前の金利低下局面の中で市場変動性は極限とも言える水準まで低下し、レート分散も非常に小さかった。しかし、同年6月から長期金利は反転上昇し、その後のいわゆる「VaRショック」による変動性の大きい局面に入ると、レート分散もそれに歩調を合わせるかのように大幅に上昇した。VaRによるリスク制約から銀行が中期債を中心に売り圧力を強めたと言われる同年9月には、5年国債の利回りが一時1%台に乘せ、それを反映する形でレート分散も1.2bp前後まで上昇している。

このVaRショック前後の相場変動局面は比較的短期間で収束し、05年前半にかけて市場変動性とレート分散は低下するが、05年後半から06年前半にかけては量的緩和政策解除を含めた一連の金融政策変更の思惑もあって両者が連動するように上昇する局面が見られる。さらに、07年後半から08年にかけては、サブプライム問題の深刻化からリーマンショックに至る金融市場の混乱を受けてやはりレート分散は大幅に拡大している。

そして、10-11年はそのショックも沈静化し、反動とも言えるほどに市場変動性が低下した。長期金利の低位安定（債券相場の高値安定）によってレート分散は残存10年で0.4bp前後と、分析期間の中でも最も低い水準で推移している。

(2) レート分散の期間構造

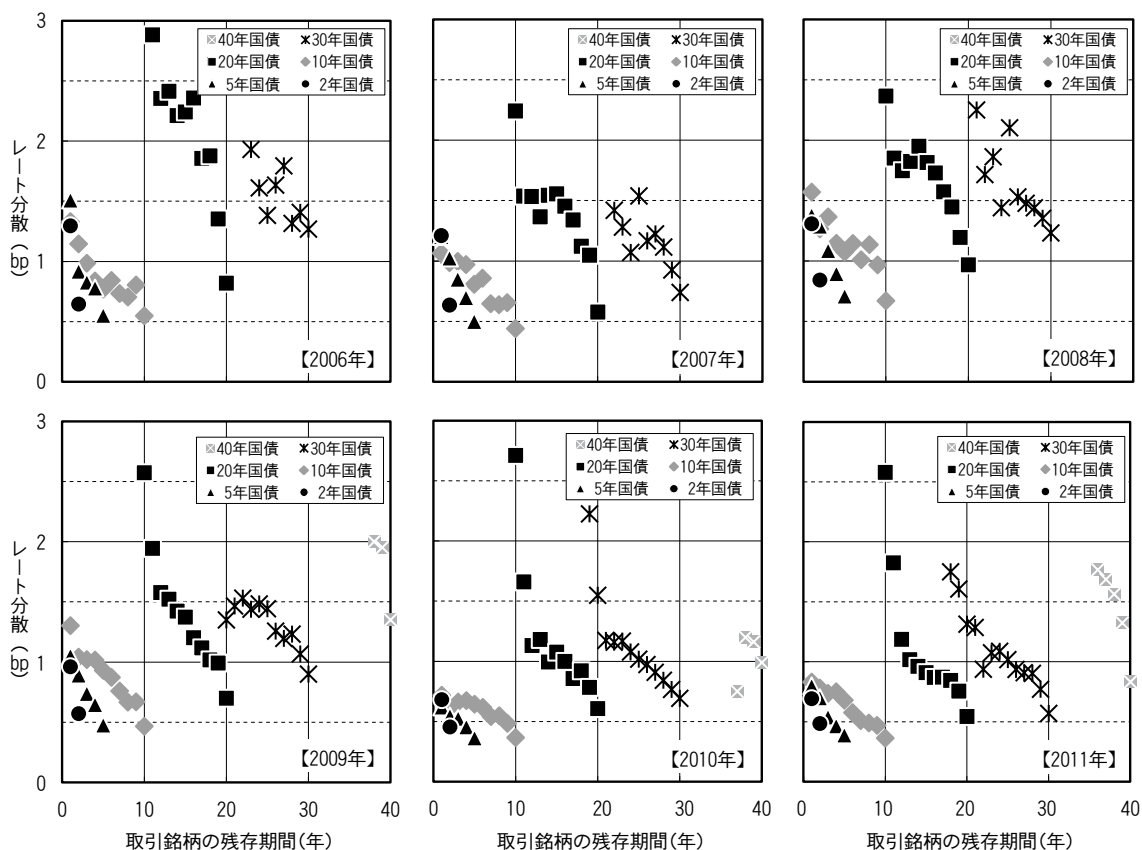
図表2はレート分散が年限ごとに異なること、つまり期間構造を持つことも示唆している。これは、それぞれの年限における国債の流動性が異なることを反映したものと考えられる。

図表4は、06年から11年までの6年間について、横軸に取引銘柄の残存期間を1年刻みでとり、縦軸にその年限のレート分散をとって、取引年ごとにグラフ化したものである。ただし、同じ残存期間であっても当初発行年限の異なるものは区別して示してある。このグラフを見ると、取引された年によってレート分散の水準には違いがあるものの、残存期間とレート分散の関係には共通の特徴があることが分かる。

具体的には、2年、5年、10年、20年、30年、40年の全ての発行年限について、発行からの時間経過が短い銘柄のレート分散が小さい。また、各発行年限について残存期間が最も長いカレント・セクター（例えば、2年国債の残存2年、5年国債の残存5年セクターなど）のレート分散を比べると、5年および10年が小さく、2年、20年、30年、40年の順に大きくなっていく傾向も見られる。

これは、発行から時間が経過するにつれて市場で取引される国債の量が減少することに伴って流動性が低下し、レート分散の拡大につながっているものと解釈される。発行直後の流動性について、長期金利の指標となっている10年国債、中期年限の中心的な役割を担っている5年国債が高く、

図表4 レート分散の期間構造



(図表注) 図表2のデータをさらに発行年限で細分化し、06-11年についてグラフ化したものである。ただし、残存9年以下の20年国債については、データ件数が少なくレート分散のばらつきが大きいためにグラフの見やすさのために非表示とした。

(出所) エンサイドットコム証券より筆者作成

超長期国債については20年、30年、40年の順に流動性が低くなっていく構造は、実務的な感覚と合致する。

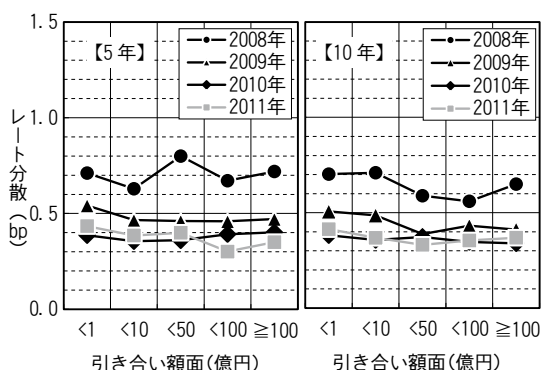
(3) 超長期国債のレート分散について

図表4から、超長期国債のレート分散が近年大幅に縮小していることが分かる。このグラフに示された6年間の変遷を見ると、特に30年のレート分散縮小が著しい。2008年平均では、10年が0.67bp、20年が0.97bp、30年が1.23bpであったが、2011年の平均は10年0.36bp、20年0.54bp、30年

0.57bpとなっており、20年に対して30年の相対的なレート分散の大きかった状況がほぼ解消されている。これは、30年国債の流動性が大幅に改善し、20年国債にかなり近づいていることを意味する。

また、超長期国債については、20年や30年といった発行年限に近いセクターだけでなく、11-19年、21-29年といった発行年限から離れた残存セクターのレート分散についても、図表5に示した期間を通じて顕著な縮小が観測されている。これには財務省による流動性供給入札の強化

図表5 引き合い額面とレート分散



(出所) エンサイドドットコム証券より筆者作成

が影響している可能性が高い。06年4月に始まった流動性供給入札は09年7月から毎月2回各3,000億円のペースに拡大され、そのうち1回は残存15-29年の既発20・30年国債を追加発行する形で行われているが、それが超長期国債全体の流動性を高める上で大きな効果があったと考えられるのである。

このような超長期国債のレート分散縮小には、定期発行と発行ロットの増加による市場育成、さらには流動性供給入札の実施による市場整備の取り組みが寄与したと考えられる。

(4) 引き合い額面とレート分散

引き合い額面とレート分散の関係はマーケットインパクトを含めた執行コストを考える上で非常に重要である。それを見るために、引き合い額面を①1億円未満、②1億円以上10億円未満、③10億円以上50億円未満、④50億円以上100億円未満、⑤100億円以上、と5分割し、「残存5年かつ発行年限5年」と「残存10年かつ発行年限10年」の2つのセクターについて、レート分散を図表5に示した。

引き合い額面とレート分散の関係については、引き合い額面が大きくなるほどマーケットインパ

クトが大きく、レート分散も大きくなるのが一般的な予想である。しかし、図表5は両者にほとんど関係がないことを示しており、むしろ引き合い額面が10億円以下の部分についてはレート分散が大きくなる傾向が見られることもある。これは上記の一般的な感覚とは異なるが、債券市場での実務的な感覚からは違和感がない。債券ディーラーは市場規模に比べて非常に小さい金額の取引よりも、適度にまとまった金額の取引を好む傾向があり、そのような引き合いに対してより積極的なレート提示を行うと考えられるのである。

引き合い額面によるマーケットインパクトを調べようとする場合は、さらに大きな金額の引き合いデータを分析する必要があるが、残念ながら現時点ではそのデータ数が十分ではない。今後、電子取引のデータがさらに蓄積してくれば、それに関する分析も可能になると期待される。

5. 複数社引き合いと執行コスト

これまで、複数社引き合いのレート分散を用いて国債市場の流動性構造を見てきたが、ここで執行コストについて補足しておきたい。なお、ここでのいう執行コストは狭義のものであり、中心レートからの乖離とほぼ同義である。

第1章で述べたように、債券市場において投資家が取引可能な価格または利回りは客観的かつ一意に決まるものではない。それは投資家がどの債券ディーラーに引き合うか、または何社の債券ディーラーに引き合うかによって変わってくるものである。本稿のモデルのように債券ディーラーの均質性を仮定した場合には、特に引き合いディーラー数は重要である。

本稿のモデルでは、一定のビッド・アスク・スプレッド（または一定のレート分散）の下では、

ベスト・レートの限界値からの乖離は引き合いディーラー数に反比例する（補遺(2)式(11)）。この関係をグラフに示したのが図表6である。この図では、横軸に引き合いディーラー数、縦軸にベスト・レートの限界値（ビッドの場合は $M+D$ 、アスクの場合は $M-D$ ）からの乖離をとり、5社引き合いのレート分散の期待値 V_5 が0.5bp、1bp、2bpとなる3つのケースについて示してある。上記の議論により $V_5=0.5\text{bp}$ のケースが最も流動性が高く（ビッド・アスク・スプレッドが小さく）、 $V_5=2\text{bp}$ が最も流動性の低い（ビッド・アスク・スプレッドが大きい）ケースに対応している。具体的な相場局面で言えば、 $V_5=0.5\text{bp}$ は2010-11年の5年や10年セクターの流動性に近く、 $V_5=2\text{bp}$ はリーマン・ショック前後の20年セクターの流動性を多少上回る水準である。

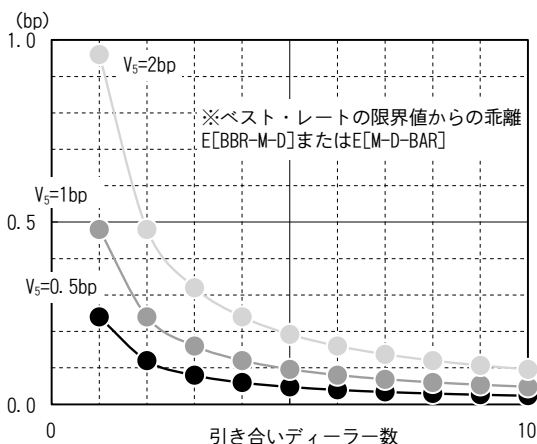
図表6は、引き合いディーラー数を増やせば、狭義の執行コスト、すなわち執行レートを中心レートからの乖離が小さくなることを示している。つまり、投資家にとっては、引き合いディーラー数が多ければ多いほどより有利なレートで執行できる機会が広がることになる。これはモデルを持

ち出すまでもなくほぼ自明のことである。一方で、引き合いディーラー数を多くするためには時間や手間がかかることになり、取引開始から終了までの所要時間の増加は執行エラーを含めて広義の執行コスト増加につながる可能性が高い。また、図表6からも分かるように、引き合いディーラー数の増加とともに、投資家にとってのレート改善効果は低減する。したがって、個々の投資家の制約条件や引き合い方法、相場局面によって、最適な引き合いディーラー数や期待されるレートは変わってくる。そのような観点からは、運用受託機関の標準的なガイドラインとなっている「3社引き合い」は合理的な基準であると考えられる。

ただ、注意を要するのは、引き合いディーラー数増加による執行コストの低減幅は、レート分散の影響をも受けるということである。具体的には、レート分散が大きいほど（流動性が低いほど）、引き合いディーラー数増加によるレート改善幅は大きい。実際に、図表6において、 $V_5=0.5\text{bp}$ のケースでは、引き合いディーラー数を1社から3社に増やした時のレート改善幅の期待値が約0.16bpであるのに対し、 $V_5=2\text{bp}$ のケースでは約0.64bpの改善が期待できる。また、1社から5社に増やした場合のそれぞれの改善幅は約0.19bpと約0.77bpである。

つまり、流動性が低い銘柄または流動性が低い局面における取引にかかる執行コストは流動性の高いケースに比べて大きいものの、その差は引き合いディーラー数の増加によって部分的に改善することが可能になる。具体的には、市場変動性の大きい局面、発行から時間が経過した銘柄や市中現存額が少ない銘柄については相対的に引き合いディーラー数を多くするメリットが大きい。

図表6 引き合いディーラー数とベスト・レート



(出所) 筆者作成

6. 終わりに

近年の国債市場の規模拡大は著しく、その中で流動性も大幅に向上したと言われる。本稿の分析でも、電子取引の引き合いデータを通してそれが確認された。この流動性向上は、投資家にとっては執行コストの低減というメリットをもたらしたと考えられる。

一方で、図表3が示す結果によれば、最近の流動性向上は市場変動性の低下によるところも大きい。記録的とも言える長期間にわたるレンジ相場が続く中で、債券ディーラーのレート競争は激しさを増し、それが見かけ上の流動性をかさ上げしているようにも見える。このような局面ではディーラーが提示するレート格差は縮小し、しかも時間をかけて引き合いを行うことによるコストも小さかったと推察される。つまり、執行方法による執行コストへの影響はそれほど大きくはなかったと考えられるのである。しかし、言うまでもなく、このような状況がいつまで続くかは分からない。そして、仮に市場変動性が上昇すれば、それが執行コストに直接跳ね返ってくることは本稿の分析が示唆するところである。

既に多くの市場参加者にとっては直接経験していない出来事になってしまったが、98年末から99年初にかけてのいわゆる「運用部ショック」を挟んだ相場乱高下局面では、市場流動性が喪失したとも言える場面が何度かあった。さらに遡れば、80年前後のロクイチ国債暴落、87年の債券バブル崩壊など、既に「歴史」となった流動性喪失局面もあった。そこでは、投資家は大きな執行コストを負担したであろうし、何より金融資本市場全体への影響も大きかった。現在の市場規模でそのような流動性喪失が起こったら、その影響は計り知れない。それを「想定外」と楽観してばか

りもいられないだろう。

将来の金利上昇を伴うような市場変動性の上昇を少なくとも可能性としては排除できないとしたら、そのショックに耐え得るだけの頑健な取引インフラを整備する必要がある。本稿の議論の延長線上でその対策を考えるとすれば、投資家が短時間でスムーズに多くのディーラーに引き合うことができる仕組みの構築ということになる。それによって、投資家は自身にとってより有利なレートを短時間で探すことができ、市場全体としても金利リスクの適正配分が円滑に進むと期待されるのである。ただ、現実的には、それ以前の段階として、市場構造の分析を客観的かつ定量的に行っていく必要がある。現在の日本の債券市場は、情報技術の活用や取引情報の分析が他市場に比べて遅れており、その点からまず解決しなければならないのであろう。

補遺

(1) 最大値、最小値の分布

一般に、ある変数 p が確率密度関数 $f(p)$ 、累積分布関数 $F(p)$ に従う場合、その n 個の標本 $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ の最大値を x 、最小値を y 、その差を z とする。

$$\begin{cases} x = \max(p_1, p_2, p_3, \dots, p_n) \\ y = \min(p_1, p_2, p_3, \dots, p_n) \\ z = x - y \end{cases} \quad \dots(1)$$

この時、 x 、 y 、 z が従う分布の累積分布関数をそれぞれ $U(x)$ 、 $V(y)$ 、 $W(z)$ とすると、以下のように表すことができる。

$$\begin{cases} U(x) = \{F(x)\}^n \\ V(y) = 1 - \{1 - F(y)\}^n \\ W(z) = n \int \{F(p+z) - F(p)\}^{n-1} f(p) dp \end{cases} \quad \dots(2)$$

また、確率密度関数をそれぞれ $u(x)$ 、 $v(y)$ 、 $w(z)$ とすると、これらは上の式を微分することによって下記のように得られる。

図表7 指数分布と一様分布の最大値・最小値分布

		確率密度関数	期待値
指数分布	原変数	$f(p) = (1/a) \exp(-p/a) (p \geq 0)$	a
	最大値	$u(x) = (n/a) \{1 - \exp(-x/a)\}^{n-1}$	$a \sum_{k=1}^n k^{-1}$
	最小値	$v(y) = 1 - \exp(-ny/a)$	a/n
	一様分布	$w(z) = (n-1) (1/a) \exp(-z/a) \{1 - \exp(-z/a)\}^{n-2}$	$a \sum_{k=1}^{n-1} k^{-1}$
一様分布	原変数	$f(p) = 1/b (0 \leq p \leq b)$	$b/2$
	最大値	$u(x) = (n/b) (x/b)^{n-1}$	$nb/(n+1)$
	最小値	$v(y) = (n/b) (1 - y/b)^{n-1}$	$b/(n+1)$
	一様分布	$w(z) = n(n-1)/b \{ (z/b)^{n-2} - (z/b)^{n-1} \}$	$b(n-1)/(n+1)$

$$\begin{cases} u(x) = n \{F(x)\}^{n-1} f(x) \\ v(y) = n \{1 - F(y)\}^{n-1} f(y) \\ w(z) = n(n-1) \int_0^z \{F(p+z) - F(p)\}^{n-2} f(p) f(p+z) dp \end{cases} \quad \dots(3)$$

これを、指数分布と一様分布について実際に計算した結果が図表7であり、併せてそれぞれの期待値についても示した。

(2) 引き合いモデルの数学的補足

本稿の分析では、債券ディーラー個々のアスク・レートARおよびビッド・レートBR_iが指数分布に従い、それぞれの分布の確率密度関数f(・)、g(・)は以下のように表されるものとする。

$$\begin{cases} f(AR_i) = \frac{1}{a} \exp[-(M-D-AR_i)/a] \\ g(BR_i) = \frac{1}{a} \exp[(BR_i-M-D)/a] \end{cases} \quad \dots(4)$$

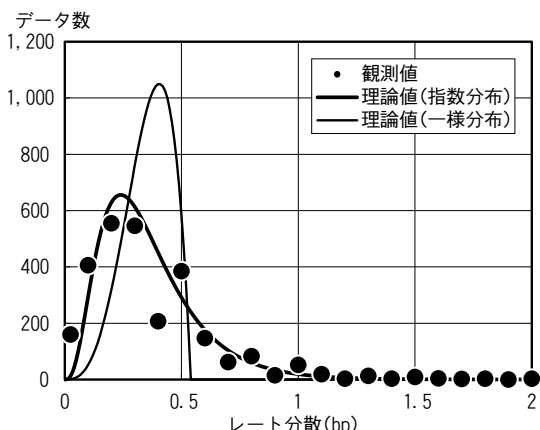
なお、aはレートのばらつきの大きさを表すパラメーターであり、これが大きいほど債券ディーラーごと、または個々の債券ディーラーの引き合いごとの提示レートのばらつきは大きくなる。

図表8は、2011年における残存10年の10年国債に関する実際の引き合いデータから求めたレート分散の分布である。これに対して、指数分布、一様分布型モデルの理論値も併せて示した。いずれの分布もパラメーターは1個であり、平均値が一致するようにそれを決めてある。このグラフからは、指数分布によるフィッティングが良好であることが分かる。本稿ではその結果に基づき、式(4)の形の指数分布型モデルを採用した。

さて、提示レートがこのモデルに従う時、投資家が1社の債券ディーラーにレート提示を求めた場合のビッド・レートとアスク・レートの期待値は簡単な計算により以下のようになる(図表7参照)。ここで、E[・]は期待値演算子である。

$$\begin{cases} E[BR_i] = M + D + a \\ E[AR_i] = M - D - a \end{cases} \quad \dots(5)$$

図表8 レート分散の観測値とモデル値



(出所) エンサイドドットコム証券より筆者作成

ここで、この投資家が1社の債券ディーラーにのみ引き合った時のビッド・アスク・スプレッド(個社スプレッド)Sは、

$$S = E[BR_i - AR_i] = 2D + 2a \quad \dots(6)$$

となる。

この時、4つのベスト・レートとワースト・レートの中心レートからの乖離の期待値は、指数分布に従う確率変数の最大値および最小値の分布(補遺①図表7)から、以下のように求められる。

$$\begin{cases} E[BBR - M - D] = E[M - D - BAR] = \frac{a}{n} \\ E[WBR - M - D] = E[M - D - WAR] = \sum_{k=1}^n \frac{a}{k} \end{cases} \quad \dots(7)$$

これより、このモデルの下では、投資家の売りか買いかによらず、レート分散の期待値はV(=E[BAR-WAR]=E[WBR-BBR])は以下のようになる。

$$V = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{a}{k} \quad \dots(8)$$

式(6)と式(8)からaを消去すれば、

$$V = \frac{1}{2} \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k} \right) (S - 2D) \quad \dots(9)$$

が得られ、特に5社引き合い(n=5)の場合は、

$$V_s = \frac{25}{24} (S - 2D) \quad \dots(10)$$

となる。また、式(6)、式(7)、式(10)より、ベストレートを中心レートからの乖離の期待値は以下のように表される。

$$E[BBR - M - D] = E[M - D - BAR] = \frac{12}{25n} V_s \quad \dots(11)$$

(3) エンサイ・プラットフォームについて

エンサイは日本国債の取引を媒介するプラットフォームであり、12年6月末現在、マーケット・メイクを行っている証券会社は14社である。

媒介対象は2、5、10、20、30、40年の各利付国債で、12年6月末時点で308銘柄である。投資家はこれらの国債について、①銘柄、②売り／買いの別、③額面（最低1,000万円以上で5万円単位、振込非課税に限る）、④受渡日（標準受渡日以降で着地取引に該当しない期日）、⑤引き合い証券会社（最大5社）を入力または選択して引き合いを行う。図表9はエンサイの仮想的な取引要請画面であり、ここでは「10年319回債を2月21日受け渡しで100億円買いたい」という引き合いをJ証券、D証券、K証券、B証券、H証券の5社に対して行っている。

引き合いを行われた証券会社はそれに対してレートを制限時間（20秒間）以内に返す。なお、この時のレートの刻み（最小単位）は0.01bp（0.0001%）である。証券会社は提示レートの有効時間を設定して、その時間内に発注がなされなかった場合にはそれを無効にしてレートを再提示することができる。投資家は1社以上のレートが提示された時点から発注が可能であるが、通常は引き合いを行った証券会社のレートが全て出そろった段階で、最も有利なレートを提示した証券会社に発注する。全社が想定していたレートに届いていない場合はキャンセルをすることもできる。

図表9 エンサイの引き合い要請画面（参考）

（出所）エンサイドットコム証券

本稿の分析はエンサイドットコム証券よりデータの提供を受けて行いましたが、ここで述べた内容は著者の個人的な見解であり、エンサイドットコム証券をはじめとする著者の所属する組織の見解ではありません。

〔参考文献〕

- 種村知樹・稲村保成・西岡慎一・平田英明・清水季子 [2003] 「国債市場の流動性に関する考察 一日中ビッド・アスク・スプレッドの分析を中心に」、『マーケット・レビュー 2003-J-10』日本銀行金融市場局。
- 蓑谷千凰彦 [2010] 『統計分布ハンドブック（増補版）』、朝倉書店。
- McCauley, Robert and Eli Remolona, [2000] “Size and liquidity of government bond markets,” *Quarterly Review*, November 2000, BIS.

（この論文は投稿論稿を採用したものです。）