

# 株式と債券の相関係数に影響を及ぼすファクター —アセットアロケーションと年金ALM—

住友信託銀行 年金研究センター

主席研究員 岩本 純一

(日本証券アナリスト協会検定会員)

## 目 次

- |                                 |                     |
|---------------------------------|---------------------|
| 1. 相関係数の推定                      | 5. 調査結果             |
| 2. ファクターモデルによる期待収益率の分解          | 6. 相関係数が資産と負債に与える影響 |
| 3. $y_r$ と $k$ の推定および株式・債券の要因分解 | 7. おわりに             |
| 4. 相関係数の要因分解                    |                     |

資産配分を決定するためには、リターン側だけでなく、リスク側についても推定が必要である。実務においては、資産の分散や資産間の相関係数は、ヒストリカルデータを基にした推計が一般的であった。ところが、最近、株式と債券の相関係数が、過去の水準から大きく変化しているという指摘が、Ilmanen (2003)、浅野 (2005) 等によりなされるようになってきた。相関係数は、株と債券の相対的な関係を表すため、何が重要なファクターかについて、直感的には分かりづらい。本稿では、相関係数自体をそのまま議論するのではなく、株式と債券の期待収益率を複数の要因に分解した上で、相関係数を推定する手法を用いた。実証分析の結果、最も重要なファクターは実質金利と期待配当であることが分かった。

## 1. 相関係数の推定

近年、株式のリスクプレミアムや期待収益率に関する適正水準についての議論が日米で盛んである。期待リターンが資産配分の重要な決定要因であるという点に関しては、ポートフォリオ理論に

おいても、また実務的なファンド運営においても、明らかなことであるが、実際の推計方法については、必ずしも明確な手法があるわけではない。アクチュアリー、コンサルタントおよびスポンサー等では、ヒストリカル法により、過去のリスクプレミアム水準を将来に適用することが、これまで



岩本 純一 (いわもと じゅんいち)

1987年慶應義塾大学商学部卒業、同年住友信託銀行入社。投資調査部、投資企画部、総合運用部、パッシブ・クオンツ運用部等を経て、2005年4月より現職。1994年国際大学大学院国際経営学研究科修了、2004年一橋大学大学院国際企業戦略研究科修了。主要著書に、「住友信託銀行の事業債投資支援モデル」(日経金融新聞『金融フロンティア』2000年7月19日)、「債券の運用スタイルとパフォーマンス」(証券アナリストジャーナル2001年11月号)、「プリペイメントに関する情報の非対称性とMBS投資のリスク」(フィナンシャル・レビュー 2004年3月(共著))などがある。

よく行われてきた。一般的な手法であるが、この方法では、株式の期待リターンを過大に推定する傾向があると指摘されるようになってきた。

例えば、Arnott and Bernstein(2002)は、米国における高い株式収益率のヒストリカルデータを要因分解したところ、バリュエーション水準の上昇と高い配当利回りによる部分が大半であり、株式のリスクプレミアムによる部分は大変低く、株式の期待収益率もこうした要因を考慮すべきであると主張した。これに対しIbbotson and Chen(2003)は、実態経済が生み出す付加価値が株式のリスクプレミアムの源泉であるとするサプライサイド法を主張し、その上で、将来的においてバリュエーション水準の変化は無視できると仮定することで推定を行った。こうした米国での議論の高まりを受け、日本においても、近年、諏訪部(2003)、三吉(2003)、山口他(2003)等が、サプライサイド法や、株式の時価からのインプライド法を用いて、株式の期待収益率に関するさまざまな検証を活発に行っている。

ところで、資産配分を決定するためには、期待収益率というリターン側だけでなく、リスク側についても、推定が必要であることは言うまでもない。実務においては、リターン側と大して変わらず、リスク側も、各資産の収益率の分散にしろ、収益率間の相関係数にしろ、ヒストリカルデータを基に推計する方法がこれまで広く一般的に行われてきた。リスク側の分散や相関係数は、リターン側の期待収益率と比べ比較的安定しており、ヒストリカルデータを用いても問題は少ないと信じられてきたという背景もある。ところが、最近、株式と債券の相関係数が過去の水準から大きく変化しているという研究が、Ilmanen (2003)、浅野(2005)等により、日米でなされるようになってきた。いずれも過去、相関が高かった株式と債券の相関が、急速に低下していることを指摘してい

る。ただ、その背景については、株式の期待収益率のような、整合的な議論はまだ行われておらず、手探りの段階と言ってもよい。

相関係数は、株と債券の相対的な関係を表す指標であるため、何が影響を及ぼす重要なファクターかについては、期待収益率と異なり、直感的には分かりづらい。そこで本稿では、相関係数自体をそのまま議論するのではなく、まず株式と債券の期待収益率を幾つかの要因に分解した上で、相関係数を算出し、相関係数に影響を及ぼすファクターを明確にするという手順を採る。その上で、実際のデータを用いて、そのうちのどのファクターが重要なのか、安定して影響を及ぼすファクターは何なのかを明らかにする。

## 2. ファクターモデルによる期待収益率の分解

本章では、相関係数を複数の要因に分解する前段階として、株式と債券のリターンを、理論価格式から導かれたファクターモデルにより表す。おのおの、 $t$ 期の株式の配当を $D_t$ 、配当の期待名目成長率を $g_n$ 、期待実質成長率を $g_r$ 、株式の期待リスクプレミアムを $k$ 、株式の価格を $p_s$ とする。また、債券の $t$ 期のキャッシュフローを $CF_t$ 、クーポンを $C$ 、名目金利を $y_n$ 、実質金利を $y_r$ 、期待インフレ率を $l$ とし、債券(国債)の価格を $p_b$ とする。価格評価式はおのおの、次のように表すことができる。

$$P_s = E \left[ \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+y_n+k)^t} \right] = E \left[ \frac{D_0}{y_n+k-g_n} \right] \quad (1)$$

$$= E \left[ \frac{D_0}{y_r+k-g_r} \right]$$

$$P_b = \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+y_n)^t} = \frac{C}{y_r+l} \{1-(1+y_r+l)^{-T}\} \quad (2)$$

$$+ 100 \times (1+y_r+l)^{-T}$$

(1)、(2)式より、株式の価格に対しては実質金利、期待リスクプレミアム、配当の成長率が、債券の価格に対しては実質金利、期待インフレ率が、おのおの重要なファクターとなることが予想される。これらの評価式を用いれば、収益率の要因分解を容易に行うことが可能である。具体的には、キャピタルゲインの近似としてテーラー展開を利用し、2次の項以降は無視して近似する。これにインカムゲインを加えれば、株式、債券は、次のように収益率の要因分解を行うことが可能となる。

まず株式の収益率 (TOPIX (配当込み)) については、(3)式のように表すことができる。推定方法に関しては、最後のDの項は、左辺の株式収益率の実現値から右辺の各要因を差し引くことによって、インプライドに算出する。また $\partial P_S / \partial y_r$ 、 $\partial P_S / \partial k$ については、キャピタルゲイン・ロスを表す指標であるが、過去12カ月分のTOPIX (配当なし) の収益率を用いて、定数項のない回帰分析により求める。なお $y_r$ と $k$ の推定方法については、3(1)で説明を行う。

$$\begin{aligned} r_s &= d + \frac{\partial P_S}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial P_S}{\partial y_r} \Delta y_r + \frac{\partial P_S}{\partial k} \Delta k + \frac{\partial P_S}{\partial g_r} \Delta g_r + \frac{\partial P_S}{\partial D_0} \Delta D_0 \\ &= y_r + k + l + \frac{\partial P_S}{\partial y_r} \Delta y_r + \frac{\partial P_S}{\partial k} \Delta k + \left( \frac{\partial P_S}{\partial g_r} \Delta g_r + \frac{\partial P_S}{\partial D_0} \Delta D_0 \right) \\ &= y_r + k + l + \frac{\partial P_S}{\partial y_r} \Delta y_r + \frac{\partial P_S}{\partial k} \Delta k + D \quad (3) \text{ (注1)} \end{aligned}$$

次に、債券の収益率の要因分解は(4)式を用いた。ただし期待インフレ率 $l$ の具体的な推定方法については、3(2)で詳細に説明する。 $\partial P_B / \partial y_r$ と $\partial P_B / \partial l$

については、いずれもNomura-BPI国債が開示している修正デュレーションを利用する。

$$\begin{aligned} r_B &= c + \frac{\partial P_B}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial P_B}{\partial y_r} \Delta y_r + \frac{\partial P_B}{\partial l} \Delta l \\ &\approx y_r + l + \frac{\partial P_B}{\partial y_r} \Delta y_r + \frac{\partial P_B}{\partial l} \Delta l \end{aligned} \quad (4) \text{ (注2)}$$

### 3. $y_r$ と $k$ の推定および株式・債券の要因分解

#### (1) 株式の期待リスクプレミアム

株式の期待リスクプレミアムは市場で直接観測できないので、債券のリスクプレミアムから間接的に推定を行う方法を採用した。具体的には、市場が効率的であれば、リスク1単位当たりのプレミアムは債券も株式も同じ $\theta$ という値に収束すると仮定し、以下の(5)式により株式の期待リスクプレミアムが得られると考えた。なお、株式および債券のボラティリティは、過去12カ月の収益率のヒストリカルデータを用いて推定を行い、また $y_n$ は各時点でのNomura-BPI国債の利回り、 $r_f$ はオーバーナイト金利 (有担) を用いた。

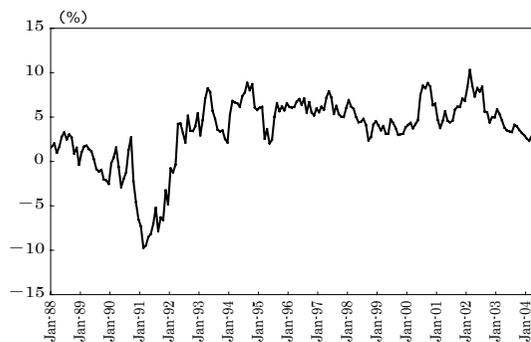
$$\theta = \frac{y_n - r_f}{\sigma_B}, \quad k = \theta \cdot \sigma_S = \frac{\sigma_S}{\sigma_B} (y_n - r_f) \quad (5)$$

株式の期待リスクプレミアムの推定方法はさまざまであり、例えば他の推定方法としては、諏訪部 (2003) のように、事前に株式の理論モデル (残余利益モデル) を用意し、各時点の時価からインプライドさせ期待リスクプレミアムを算出する方

(注1)  $d = D_0 / P_S = y_r + k - g_r$ であり、また $\partial P_S / \partial t = g_r = g_r + l$ より。なお、 $\Delta D_0$ についても名目値でなく、実質値の変化とインフレ率に分解できるが、間近に迫った次期の配当が、足元の期待インフレ率の変化のみで大きく変更されるとは考えづらく、期待インフレ率の変化の効果は無視できると仮定した。したがって、次期の配当については、名目ベース (=実質ベース) の $\Delta D_0$ で分析を行う。

(注2) インカムの収益率は、利回りが一定であることを前提に、 $c + \partial P_B / \partial t = y_r + l$ とした。

図1 株式期待リスクプレミアムの推移



法もある。その場合には、TOPIX採用銘柄すべての業績予想（配当割引モデルの場合は、将来の配当予想）が、複数期間にわたり必要となる。東洋経済の業績予想等の一般的に利用できる業績予想データでは、TOPIXの銘柄がすべてカバーされていないことから、本稿では採用していない（注3）。

ただし、期待リスクプレミアムの推定結果自体は、諏訪部(2003)等の研究結果とも一致した傾向も見られる。推定値の推移は、図1に示しているが、80年代後半から90年代前半のいわゆるバブル期に、期待リスクプレミアムが極端に低くなり、それ以降、定常的な水準に戻っていることが分かる。

## (2) 期待インフレ率

期待インフレ率の推定については、米国の研究等では、物価連動債の価格からインプライドに算出した数値による分析が見られる。しかし日本では、物価連動債は2004年3月に発行が始まったばかりであり、特に過去の長期の分析を行う場合は、全く利用できない。したがって、別の方法で推定する必要があるが、代表的なものとしては、ARIMAや多変量AR等、時系列モデルを使い将来の予想値とする方法や、将来のインフレ率の動向に関する人々

のアンケート調査を利用し、足元のインフレ率から期待インフレ率を推定する方法が考えられる。

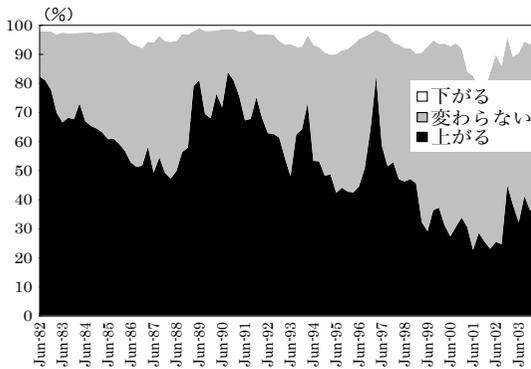
前者の場合、過去30年の長期にわたり、物価が低下し続けてきた日本では、モデル化が容易ではない。本稿でもARIMAモデルを検討したが、予想インフレ率が負になる局面が避けられず、直接分析に用いることが難しいことが分かった。また多変量ARモデルについても、北川・川崎(2001)が、インフレ率のモデル化を検討しているが、AIC等の一般的な選択基準ではモデルの選択がうまくいかないこと、時間の経過とともに、採用される説明変数も一定しないこと等が指摘されている。モデリングに恣意性が排除できないことから、ここでは次のカールソン・パーキン法(以下、CP法)を利用する。

CP法とは、経済変数の先行きに関する期待が3択式アンケートの集計構成比で与えられたとき、そのアンケート結果から、母集団の分布の期待値および標準偏差を得る方法である。消費者物価の動向に関しては、内閣府が『消費者動向調査』中で、「物価の上がり方」（四半期データ）に関するアンケート調査を長年にわたり実施しており（図2を参照）、これを利用した分析も少なくない。このような経済動向に関するアンケートは、金融市場におけるインフレ期待とも相通じるものがあり、本稿でもこのアンケート結果を利用することとした。

なお、CP法にも幾つかバリエーションが存在する。本稿では、小川(1991)、土居(2001)、堀・寺井(2004)等による合理的期待仮説に基づく修正CP法を利用したが、以下内容を簡単に説明する。アンケートの回答主体 $i$ が、インフレ率の変化を感知する閾値 $\delta_i$ を持っていると仮定する

(注3) 期待リスクプレミアムは、市場で直接観測できないため、推定方法の選択は気に掛かる点である。ただし、5章において、期待リスクプレミアムは、相関係数の推定においては重要なファクターではないことを示す。

図2 『消費者動向調査』における「物価の上がり方」



と、自らが各時点で形成する期待インフレ率 $l_{it}^e$ と、足元の実現インフレ率 $l_{rt}$ を単に比較するのではなく、のりしろを含んだ閾値 $l_{rt} + \delta_t$ とを比較し、前者が上回っていれば、主体は「上がる」と答える。逆に、 $l_{rt} - \delta_t$ を下回っていれば、「下がる」と答える。また、その間の $[l_{rt} - \delta_t, l_{rt} + \delta_t]$ にとどまれば、「不変」と答えると考える。

ここで主体が形成する期待インフレ率 $l_{it}^e$ は、正規分布 $N(\mu_t, \sigma_t^2)$ に従っていると仮定する。アンケート結果で、物価上昇率が更に「上がる」と答えた人の割合を $U_t$ 、「下がる」と答えた人の割合を $D_t$ とすれば、おのこの、(6)式のように表すことができる。ただし、 $\Phi$ は標準正規分布の分布関数を表す。

$$\begin{aligned}
 U_t &= \Pr(l_{it}^e > l_{rt} + \delta_t) = \Pr\left(\frac{l_{it}^e - \mu_t}{\sigma_t} > \frac{l_{rt} + \delta_t - \mu_t}{\sigma_t}\right) \\
 &= 1 - \Phi\left(\frac{l_{rt} + \delta_t - \mu_t}{\sigma_t}\right) \\
 D_t &= \Pr(l_{it}^e < l_{rt} - \delta_t) = \Pr\left(\frac{l_{it}^e - \mu_t}{\sigma_t} < \frac{l_{rt} - \delta_t - \mu_t}{\sigma_t}\right) \\
 &= \Phi\left(\frac{l_{rt} - \delta_t - \mu_t}{\sigma_t}\right)
 \end{aligned} \tag{6}$$

$u_t$ と $d_t$ を次のように定義すると、これらの値は、(6)式から、おのこの $\Phi^{-1}(1 - U_t)$ 、 $\Phi^{-1}(D_t)$ を計算することで、直接求めることができる。

$$u_t \equiv \frac{l_{rt} + \delta_t - \mu_t}{\sigma_t}, \quad d_t \equiv \frac{l_{rt} - \delta_t - \mu_t}{\sigma_t} \tag{7}$$

$u_t$ と $d_t$ の値が分かれば、(8)式を利用して、最終的に $\mu_t$ 、 $\sigma_t$ の値を得ることができるが、 $\mu_t$ をもって期待インフレ率の推定値とするわけである(注4)。なお $\delta_t$ の推定は、期待インフレ率 $l_{it}^e$ の平均が $\mu_t$ 、分散が $\sigma_t^2$ であることから導く(注5)。

$$\mu_t = l_{rt} - \delta_t \frac{u_t + d_t}{u_t - d_t}, \quad \sigma_t = \frac{2\delta_t}{u_t - d_t} \tag{8}$$

図3は期待インフレ率の推定結果である。若干面倒な推定式の導出と比べると、推定の結果は、極めて分かりやすいものである。図2と図3を見比べると、足元の実現インフレ率をベースに、変動はするものの一貫して「上がる」と答える人の比率が高いというアンケート結果を、シンプルに期待インフレ率として織り込んでいる。

図4は、修正CP法により推定された期待インフレ率 $l_t$ を、名目金利 $y_t$ から控除することで得た実質金利 $y_t^r$ の推移である。大半が0%から6%の範囲に収まっており、名目金利と比べると比較的安定していること、1997年から1998年にかけての期待インフレ率上昇により、実質金利が負になっていること、2003年以降は、名目金利と実質金利の差異が小さくなっていること等が分かる。

(3) ヒストリカルデータを用いた要因分解

3(1)、3(2)の方法により、株式の期待リスク

(注4) 4半期データを月次化するため、線形補完を利用。また、期待インフレ率は、期間構造を持つと思われるが、本稿では、すべての期間において一定であると仮定した。

(注5) 算出方法の詳細については、小川(1991)、土居(2001)、堀・寺井(2004)を参照。

図3 修正CP法により推定された期待インフレ率

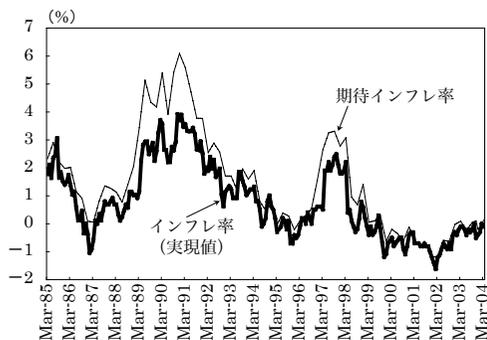
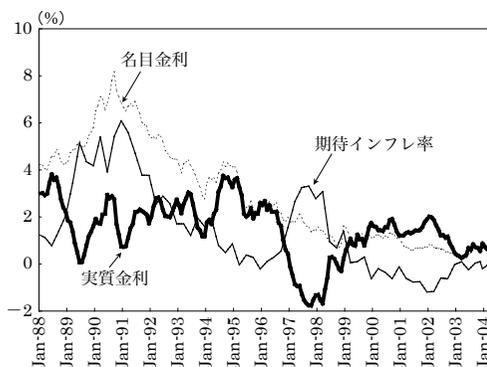


図4 名目金利、期待インフレ率および実質金利の推移



プレミアムと期待インフレ率を推定した上で、株式および債券の収益率の過去データを用いて、要因分解を行った。使用したデータは、いずれも、1988年1月から2004年3月の月次データ約16年分である。

まず株式であるが、図5、表1は、TOPIX（配当あり）収益率 $r_p$ の要因分解を行った結果である。第1に気が付くのは、インカムゲインの一部を構成する実質金利 $y_r$ 、株式の期待リスクプレミアム $k$ およびキャピタルゲインの一部であるインフレ率 $l$ は、比較的安定して、収益を積み上げていることである。このうち $k$ については、1990年から1992年前半にかけて、マイナスという異常な状況を経験しているが、その後は回復し、要因別では

最も高い累積収益率を上げていることが分かる。一方、実質金利 $y_r$ の方は、1997年以降はほとんど横ばいの状況になっている。第2に、 $y_r$ 、 $k$ の変動によるキャピタルゲインの項目であるが、 $y_r$ 、 $k$ のインカムゲイン項目に比べると、比較的変動が大きいことが分かる。特に、期待リスクプレミアム $k$ による変動は大きく、株式の収益率全体に与える影響も小さくない。また、累積では、 $y_r$ 、 $k$ のキャピタルゲインの要因は、両方ともプラスの収益率を上げていることも分かる。

しかしながら、第1、第2の要因は当該期間の主役ではない。なぜならば、最も変動が大きいのは、第3の要因である配当関連を集約した期待配当要因 $D$ （配当の実質成長率 $g_p$ の変化と次期の配当予想 $D_0$ の変化によるキャピタルゲイン）であることは明らかだからである。期待配当要因は、1990年以降、一貫して下降傾向であり、要因の中で唯一、累積でマイナスの収益率となっており、この要因が他の要因をすべて打ち消している。つまり、当該期間における株式の収益率の悪化は、将来の配当に関する期待が低下してきた結果であると言えることができる。このことは、諏訪部(2003)等の調査結果とも整合的である。

次に債券であるが、図6、表2は、Nomura-BPI国債の収益率に関して要因分解を行った結果である。第1に、インカムゲインを構成する実質金利 $y_r$ とインフレ率は、株式と全く同じ数値であり、安定して収益を積み上げている。第2に、 $y_r$ 、 $l$ の変動によるキャピタルゲインの項目に関しては、株式同様、かなりボラタイルに変動している。いずれも最終的には、累積で10%前後の収益率を達成しているが、株式と異なり、 $y_r$ 、 $l$ の変動に対する価格感応度は常に負であることから、当該期間において、 $y_r$ 、 $l$ のいずれもが低下傾向であったことを反映した結果であると言える。

図5 株式の累積収益率の要因分解

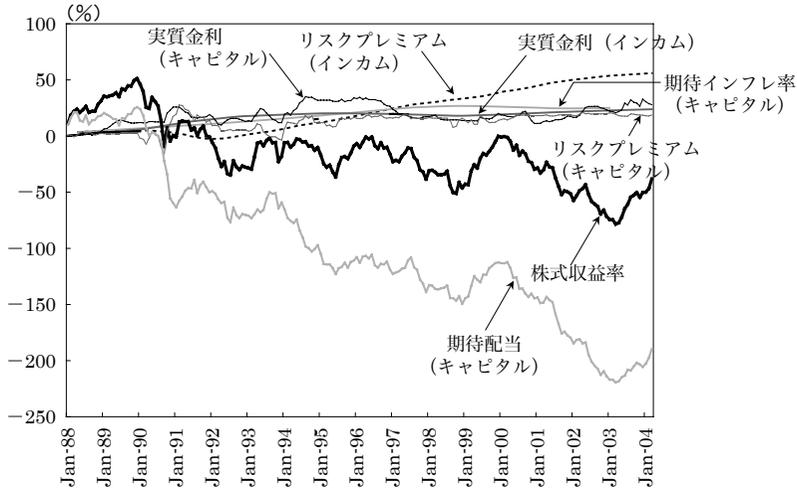


表1 株式の収益率の要因分解 (年率ベース)

株式	実質金利 (インカム)	プレミアム (インカム)	期待インフレ (キャピタル)	実質金利 (キャピタル)	期待プレミアム (キャピタル)	期待配当 (キャピタル)
平均	1.48%	3.49%	1.47%	1.72%	1.16%	-11.66%
標準偏差	0.35%	1.12%	0.54%	6.52%	9.79%	18.49%

図6 債券の累積収益率の要因分解

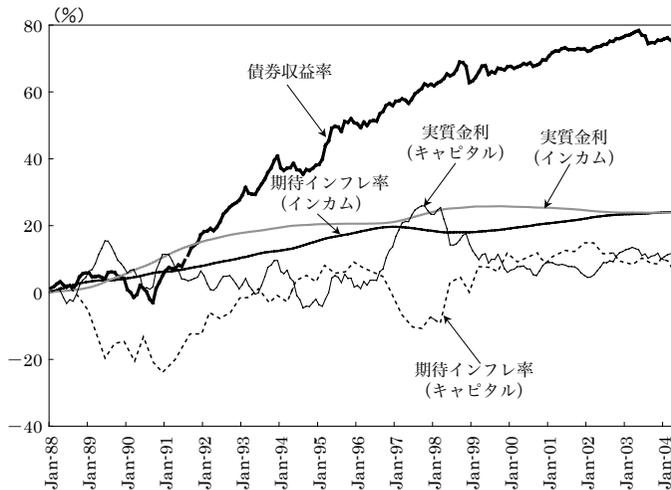


表2 債券の収益率の要因分解 (年率ベース)

債券	実質金利 (インカム)	期待インフレ (インカム)	実質金利 (キャピタル)	期待インフレ (キャピタル)
平均	1.48%	1.47%	0.71%	0.51%
標準偏差	0.35%	0.54%	5.44%	4.48%

## 4. 相関係数の要因分解

2章、3章で、株式と債券の収益率の要因分解を行い、主要な要因を明確にすることができた。ここでは、以上の調査結果を利用して、株式と債券の相関係数についての要因分解を行う。株式と債券の相関係数は、(9)式として定義できる。

$$\rho_{r_S, r_B} = \frac{\text{cov}(r_S, r_B)}{\sigma_{r_S} \sigma_{r_B}} \quad (9)$$

ここで、(9)式に(3)式と(4)式を代入し、各要因の水準と変化幅の相関については無視できると仮定すると、分子の共分散は以下のとおり7個（最小単位では13個）の主要な要因に分解することができる。

$$\begin{aligned} \text{cov}(r_S, r_B) &= \text{cov} \left[ y_r + k + l + \frac{\partial P_S}{\partial y_r} \Delta y_r + \frac{\partial P_S}{\partial k} \Delta k + D, \right. \\ &\quad \left. y_r + l + \frac{\partial P_B}{\partial y_r} \Delta y_r + \frac{\partial P_B}{\partial l} \Delta l \right] \\ &= \left\{ \text{var}(y_r) + \frac{\partial P_S}{\partial y_r} \frac{\partial P_B}{\partial y_r} \text{var}(\Delta y_r) \right\} \\ &\quad + \left\{ \text{cov}(k, y_r) + \frac{\partial P_S}{\partial k} \frac{\partial P_B}{\partial y_r} \text{cov}(\Delta k, \Delta y_r) \right\} \\ &\quad + \left\{ \text{cov}(D, y_r) + \frac{\partial P_B}{\partial y_r} \text{cov}(D, \Delta y_r) \right\} \\ &\quad + \text{var}(l) + \left\{ 2 \text{cov}(y_r, l) + \frac{\partial P_S}{\partial y_r} \frac{\partial P_B}{\partial l} \text{cov}(\Delta y_r, \Delta l) \right\} \\ &\quad + \left\{ \text{cov}(k, l) + \frac{\partial P_S}{\partial k} \frac{\partial P_B}{\partial l} \text{cov}(\Delta k, \Delta l) \right\} \\ &\quad + \left\{ \text{cov}(D, l) + \frac{\partial P_B}{\partial l} \text{cov}(D, \Delta l) \right\} \quad (10) \end{aligned}$$

これを利用すると、(9)式の相関係数を構成する7個の要素にまとめることができる。具体的には、

①実質金利、②株式の期待リスクプレミアムと実質金利、③期待配当要因と実質金利、④期待インフレ率、⑤実質金利と期待インフレ率、⑥株式の期待リスクプレミアムと期待インフレ率、⑦期待配当要因と期待インフレ率、の七つの要因である。

これらの要因を個別に見ていく前に、まず大きな傾向を見るために、要因を集約して二つのグループにまとめることにする。前半の3要因(①、②、③)と後半の4要因(④、⑤、⑥、⑦)に集約すると、前者は、確率変数として、実質金利 $y_r$ に関する変数が必ず入っており、実質金利が全体として株式と債券の収益率の相関係数に与える影響を見ることができる。一方、後者は、期待インフレ率 $l$ に関する変数が必ず入っており、全体として期待インフレ率が、相関係数に与える影響を見ることができる。本稿では、前者を広義の実質金利要因、後者を広義の期待インフレ要因と呼ぶことにする。

## 5. 調査結果 (注6)

図7および表3は、相関係数(実現値)、相関係数(七つの要因による推定値)、広義の実質金利要因、広義の期待インフレ要因の推移を示したものである。浅野(2005)の指摘にもあるように、それまで正で、かつ高い水準を維持していた株式と債券の相関係数が、1991年ごろを境に、急激に低下している。

本稿で採用した、相関係数の要因分解法による相関係数の推定は、1990年や1995年の前半に一部乖離が見られるが、全般的には、実績値をうまく説明していることが分かる。広義の実質金利要因、広義の期待インフレ要因に関しては、いずれも変動が大きく、周期性を持っている。両者は、相関

(注6) 相関係数、共分散、分散の計算においては12カ月分の月次データを使用して算出。

図7 相関係数（実現値）、相関係数（推定値）、広義の実質金利要因および広義の期待インフレ要因

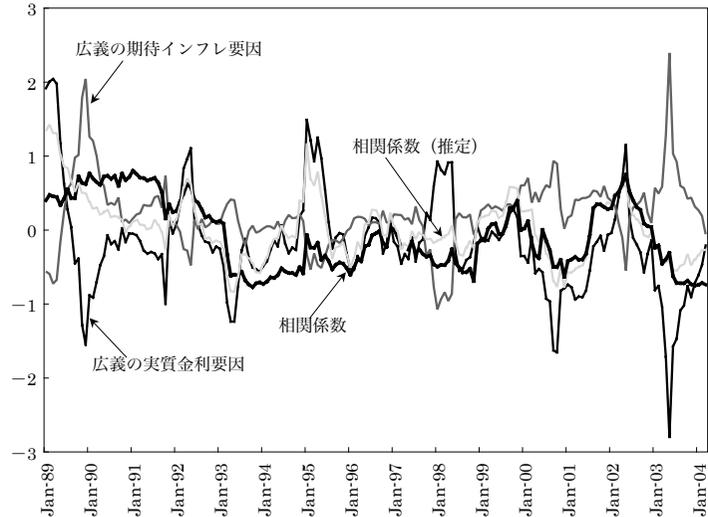


表3 相関係数の広義の実質金利要因および広義の期待インフレ要因の推移

要因	89/1	90/1	91/1	92/1	93/1	94/1	95/1	96/1	97/1	98/1	99/1	00/1	01/1	02/1	03/1
実質金利	2.006	-0.914	-0.069	0.333	-0.491	-0.422	1.214	-0.536	-0.219	0.813	-0.113	-0.441	-0.774	0.147	-0.756
期待インフレ	-0.593	1.206	0.211	-0.022	0.238	0.051	-0.533	0.157	0.206	-0.936	0.298	0.703	0.196	0.329	0.492
合計	1.413	0.292	0.142	0.311	-0.253	-0.371	0.682	-0.379	-0.013	-0.123	0.185	0.263	-0.578	0.476	-0.264

表4 相関係数を構成する六つの要因の推移

要因	89/1	90/1	91/1	92/1	93/1	94/1	95/1	96/1	97/1	98/1	99/1	00/1	01/1	02/1	03/1
①	0.772	-0.200	0.263	0.631	-0.054	-0.636	-0.012	-0.477	-0.333	0.159	0.022	-0.778	-0.875	0.127	-0.428
②	0.001	0.000	0.000	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.003
③	1.233	-0.714	-0.332	-0.298	-0.437	0.214	1.226	-0.060	0.114	0.654	-0.135	0.337	0.100	0.019	-0.331
④	-0.352	0.163	-0.125	-0.240	0.031	0.140	0.006	0.061	0.111	-0.102	-0.017	0.418	0.528	-0.081	0.358
⑤	-0.001	-0.001	-0.001	-0.003	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.001	-0.002
⑥	-0.240	1.044	0.337	0.221	0.207	-0.089	-0.538	0.096	0.095	-0.834	0.315	0.285	-0.332	0.411	0.136
⑦	0.001	0.000	0.000	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001

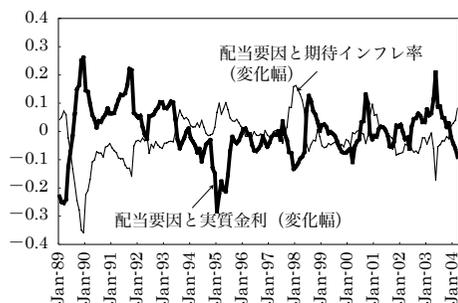
係数に対してほぼ逆方向に作用していることが特徴的であり、両者の間を相関係数が推移している。

要因を詳細に分析するために、ブレークダウンして七つの要因で見てみよう。表4を見ると、すべての要因が同等の影響力を有しているわけでは

なく、③の $\Delta y_t$ と $D$ の要因と、⑥の $\Delta I$ と $D$ の要因が、他の要因に比して、特に大きな影響を持っていることが分かる。

また、図8は要因③の中で影響が大きい $\Delta y_t$ と $D$ の共分散と、要因⑥の中で影響が大きい $\Delta I$ と $D$

図8  $\Delta y_r$ と $D$ の共分散と $\Delta I$ と $D$ の共分散の推移



の共分散の推移を表したものであるが、図7の2種類の広義の要因との関係を考察することで、相関係数を決定する、具体的な経済の相互プロセスが理解できる。例えば、1999年中や2003年後半のように、 $\Delta y_r$ と $D$ の相関が低下する局面では、債券と株式の相関係数は、広義の実質金利要因の増加を通じて正の方向に押し上げられる。逆に、1998年中や2002年中のように、 $\Delta y_r$ と $D$ の相関が高まる局面では、広義の実質金利要因が減少し、債券と株式の相関係数を負の方向に引き下げる。一方、 $\Delta I$ と $D$ の相関が下降する局面（1998年中、2002年中）は、広義の期待インフレ要因の増加を通じて債券と株式の相関係数を正の方向に押し上げる。逆に $\Delta I$ と $D$ の相関が上昇する局面（1999年中、2003年後半）は、広義の期待インフレ要因は減少し、債券と株式の相関係数を引き下げる。

このような各要因の動きは、何を意味するのであろうか。(10)式を見れば分かるように、 $\text{cov}(D, \Delta y_r)$ の前に $\partial B/\partial y_r$ が掛かっているため、 $\Delta y_r$ と $D$ の相関と株式と債券の相関は、逆の関係になる。例えば、 $y_r$ が上昇し、 $D$ が改善することにより、両者の相関が高まっている局面を考えよう。 $D$ の改善は、株式の収益率上昇に結び付く一方、 $y_r$ の上昇は、債券の収益率を悪化させる効果を持つ。結果として、株

式と債券の相関は低下することになる。さらに(10)式から、こうしたプロセスは $\Delta I$ も全く同様であることが理解できる。最終的に、広義の実質金利要因の影響が、広義の期待インフレ要因のそれを上回るため、 $\Delta y_r$ と $D$ の相関が、株式と債券の相関の決定要因となるわけである(注7)。なお、図8のように $\Delta y_r$ と $D$ の相関と $\Delta I$ と $D$ の相関が逆の動きをする理由は、図4で示されているように、 $y_r$ と $I$ が逆相関の関係になっているからにほかならない。

ちなみに、株式の期待リスクプレミアム $\mu_k$ に関する要因は、相関係数に対してほとんど影響を与えないが、その原因は7個の要因に分解した(10)式を見れば分かりやすい。図5および表1が表しているように、株式の収益率の要因で変動が他の要因に比べ、著しく大きいのは、 $D$ だからである。したがって、大きな影響力を有するのは、変動の大きな期待配当要因 $D$ と共分散を形成する変数である。実質金利 $y_r$ と期待インフレ率 $I$ の二つがこれに該当し、 $D$ との共分散が存在するが、株式の期待リスクプレミアム $\mu_k$ については、それが無い。このことが、相関係数の決定において、期待リスクプレミアム $\mu_k$ が重要な要因とはならない理由である。

以上の分析から、株式と債券の相関係数を決定する最も重要な要因は実質金利 $\Delta y_r$ と $D$ であることが明らかになった。実質金利 $\Delta y_r$ を得るためには、名目金利 $\Delta y_n$ の予想値や期待インフレ率 $I$ が必要である。本稿では、期待インフレ率の推定については、修正CP法を用いたが、これで十分というわけではなく、更に検討を加える必要があると思われる。また期待配当 $D$ についても、本稿では事後的にインプライドに算出したが、どう予想するのかについては、別途考えなくてはならない。しかしながら、ヒストリカルデータから計算された相関係

(注7) 当該期間における、相関係数( $\Delta y_r$ と $D$ )の変化に対する相関係数(株式と債券)の変動の程度は、表6に示している。

数をそのまま受け入れたり、株式、債券のおのおのに関して、市場で日々話題に上がる膨大なマクロ・ミクロの要因を一つ一つ検討したりするよりは、はるかにシンプルであるとは言えないだろうか。

## 6. 相関係数が資産と負債に与える影響

最後に、本章では、これまでの考察を基に、相関係数の変動が、運用資産のリスクおよび年金債務を含めたサープラスリスクに与える影響を考察する。5章の分析から、相関係数に影響を及ぼす重要なファクターは実質金利と期待インフレ率であることが分かっているので、ここでもこの二つのファクターを軸に分析を進めていく。なぜならば、都合の良いことに、年金債務の一般的な評価モデルも実質金利と期待インフレ率が重要なファクターとなっているからである。本章では、矢野(2004)を参考に、まず年金債務のリターンを定義することにする。年金負債の修正デュレーションを $D_L$ ( $D_L=12$ )、残存12年国債の実質金利を、 $y_r12$ 、実現インフレ率を $I_r$ 、インフレに対する給付の追随率を、 $\phi$ ( $0 \leq \phi \leq 1$ )、名目の債務のリターンを $r_L$ とすると、 $r_L$ は次のように表すことができる。

$$r_L = y_r12 + \phi I_r - D_L \{ \Delta y_r12 + (1 - \phi) \Delta I \} \quad (11)$$

年金債務の(11)式と、株式の収益率の(3)式、債券の収益率の(4)式を比べて見ると、まず実質金利については、インカムゲイン、キャピタルゲインの双方において、三者の共通の要素となっており、相互の相関が高いことをうかがわせる。次に、(3)式の第3項、(4)式、(11)式の第2項を見ると、インフレ率については、インカムゲイン、キャピタル

ゲインの違いはあるものの、収益率にプラスに寄与する形で、3者の共通の要素となっていることがわかる。ただし年金債務は実現インフレ率であるのに対し、債券は期待インフレ率であること、加えて、年金債務では、実現インフレ率の全てではなく、一定割合だけが反映されることは、相違点である。他方、年金債務の(11)式と債券の(4)式の第4項を見ると、期待インフレの上昇が、両者については、収益率にマイナスに作用することも分かる。ただし、年金債務については、年金給付のインフレ率への追従度が高まるほど、年金債務に中立的に作用する点には注意が必要である。

図9と表5は年金債務の累積収益率の要因分解である(注8)。インカムゲインを構成する実質金利 $y_r12$ と実現インフレ率 $I_r$ は、安定して収益を積み上げており、おのおの累計で30%弱、6%強のリターンを稼いでいる。また、実質金利 $y_r12$ 、期待インフレ率 $I$ の変動によるキャピタルゲインの項目であるが、インカムゲインに比して変動が大きい点は、株式や債券と同様である。いずれも最終的には、累積で正の収益率を確保しているが、当該期間では、実質金利 $y_r12$ に比べ期待インフレ率 $I$ による積み上げは相対的に少なく、前者が約30%、後者が6%強となっている。

さらに、資産、債務、両方の収益率から、サープラスについてもリターンとリスクの式を得ることが可能である。資産(株式が $S$ 、債券が $B$ )と年金債務 $L$ の差額をサープラス $Y$ 、資産の年金債務に対する比率(ファンディング・レシオ)を $f$ とすると、次のように表すことができる。

$$Y = (S + B) - L, \quad f = \frac{S + B}{L}$$

サープラス・リターン $\Delta y$ を収益率で考えると

(注8) 図9は、インフレ追随率0.5の場合である。なお(11)式に適用する国債の利回りは、Factsetから入手したが、残存12年のデータが利用できなかったため、代替的に10年を利用した。

図9 年金債務の累積収益率の要因分解

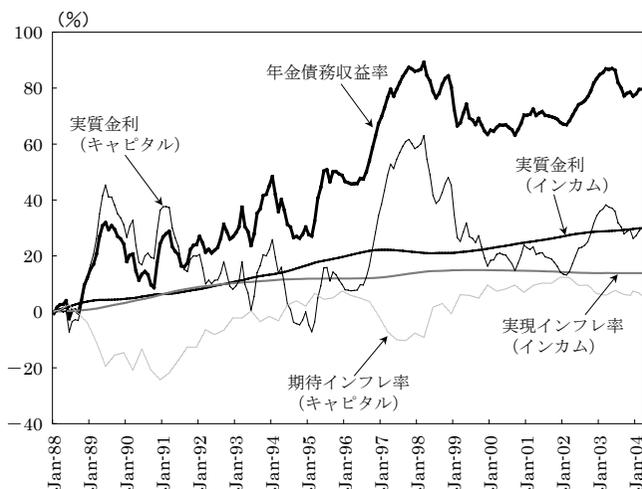


表5 年金債務の収益率の要因分解（年率ベース）

年金債務	実質金利 (インカム)	実現インフレ (インカム)	実質金利 (キャピタル)	期待インフレ (キャピタル)
平均	1.85%	0.38%	1.85%	0.42%
標準偏差	0.37%	0.20%	12.72%	5.05%

(年金債務 $L$ で基準化すると)、サープラス・リターン $r_Y$ は、次のように定義できる。

$$r_Y = \{wr_S + (1-w)r_B\}f - r_L \quad (12)$$

ただし $w$ は、株式への投資比率を表している。またサープラスリスク $\sigma_Y$ は、次の(13)式から得ることができる。

$$\begin{aligned} \sigma_Y^2 &= w^2 f^2 \sigma_S^2 + (1-w)^2 f^2 \sigma_B^2 + \sigma_L^2 \\ &+ 2w(1-w)f^2 \text{cov}(r_S, r_B) - 2(1-w)f \text{cov}(r_B, r_L) \\ &- 2wf \text{cov}(r_S, r_L) \\ &= \{w^2 f^2 \sigma_S^2 + (1-w)^2 f^2 \sigma_B^2 + 2w(1-w)f^2 \text{cov}(r_S, r_B)\} \\ &+ \{\sigma_L^2 - 2(1-w)f \text{cov}(r_B, r_L) - 2wf \text{cov}(r_S, r_L)\} \end{aligned} \quad (13)$$

Dopfel(2003)は、相関が低下する効果は、資産だけで考える場合と、負債も含めたサープラスで考

えた場合とでは、全体のリスクに対して逆に働くと述べているが、この式を見るとそのことは一目瞭然である。なぜならば(13)式の第1項目が資産だけの場合のリスクであり、第2項を加えたものが、資産・負債の全体を考慮したサープラスリスクとなっているからである(注9)。株式と債券の相関の低下は、第1項の3番目の要因において、リスクを低減させる効果を持つが、債券的な特色が強い年金債務にとっては、株式が債券と異なる特性を持つ傾向が強くなることを意味するので、第2項の3番目の要因は、逆に悪化する可能性がある。

サープラスについても、シミュレーションを行い、相関係数やサープラスのリスク・リターンの変化を調べた。なお標準モデルの条件は、インフ

(注9) 以下、第1項を資産間のリスク、第2項を資産と年金債務間のリスクと呼ぶ。

レ追随率は0.5 ( $\phi = 0.5$ )、ファンディング・レシオは1 ( $f = 1$ )、そしてアセットアロケーションは株式60%、債券40% ( $w = 0.6$ )とし、これをベースとしてさまざまに数値を動かした。

まず、表6の左側が該当するが、 $\Delta y_r$ とDの相関係数の変化に対する3種類の相関係数の感応度を算出した。なお資産側と負債側の相関係数を計算するために、インフレ追随率については、0、0.5、1の3種類を用意した。第1に、 $\Delta y_r$ とDの相関係数の変化に対する相関係数 ( $r_s$ と $r_b$ )の感応度は負であることが分かる。これは、 $\Delta y_r$ とDの相関が高まる時は、株式と債券の相関は低下するという5章の検討結果を支持するものである。また当然ながら、資産間の相関係数なので、インフレ追随率とは独立となっている。第2に、 $\Delta y_r$ とDの相関の変化に対する相関係数 ( $r_b$ と $r_L$ )の感応度は、強い関係は認められず、 $y_r$ とDの相関の動きに、 $r_b$ と $r_L$ の相関はさほど影響を受けないことが分かる。第3に、 $\Delta y_r$ とDの相関の変化に対する $r_s$ と $r_L$ の相関の感応度は負であり、株式と債券の相関係数の動きと、株式と年金債務の相関係数の動きは、軌を一にして低下することが分かる。これはDopfel (2003)の指摘どおり、債券的特性の強い年金債務に対して、株式のヘッジ効率が低下していることを示すとも言える。

興味深いことに、インフレ追随率 $\phi$ を上げていくと、 $\Delta y_r$ とDの相関が上昇する局面で、株式と年

金債務の関係において負の相関が高まる現象が見られる。5章では、 $y_r$ が上昇し、Dが改善することで、両者の相関が高まる例を考えたが、これと同様に説明できる。Dの改善は、株式の収益率上昇に正の関係で結び付くので、残る $\Delta y_r$ は $r_L$ との関係を考えればよい。(11)式を見れば分かるが、インフレ追随率 $\phi$ が0の場合は、変動が大きなキャピタルゲインの部分に $\Delta y_r$ だけでなく、 $\Delta I$ の影響も混ざっている。ところが、 $\phi$ が1の場合は、この部分は $y_r$ の変動だけで決まることになり、両者の負の関係がより明確に $y_L$ に現れることが理由である。

ここで、実質金利一定の仮定の下、(13)式を利用して、年金債務および資産の特性をさまざまに変化させた場合のサンプラスリスクの変化を見てみよう(表7)。第1に、インフレ追随率 $\phi$ を上昇させると、サンプラスリスクも上昇することが分かる。追随率の上昇につれて、 $r_b$ と $r_L$ の相関は正のまま低下し、 $r_s$ と $r_L$ の相関は負になり低下している(注10)。したがって、(13)式の第2項の2番目は負の度合いが減少、3番目も負から正に転換するため、資産と年金債務間のリスクが増加する。

第2に、ファンディング・レシオを変化させた場合は、インフレ追随率を変化させた場合と異なり、年金債務のリターンには直接変化は及ぼさないため、いずれの相関係数に対しても影響は与えない。表7を見ると、ファンディング・レシオが上昇すると、資産間のリスクが上昇する一方、資

表6 3種類の相関係数および $\Delta y_r$ とDの相関係数の変化に対する感応度

追随率	$\Delta$ 相関 ( $\Delta y_r, D$ ) に対する感応度			平均値		
	$\Delta$ 相関 ( $r_s, r_b$ )	$\Delta$ 相関 ( $r_b, r_L$ )	$\Delta$ 相関 ( $r_s, r_L$ )	相関 ( $r_s, r_b$ )	相関 ( $r_b, r_L$ )	相関 ( $r_s, r_L$ )
0	-0.3129**	-0.1291*	-0.1499**	-0.0596	0.4185**	0.0342
0.5	-0.3129**	-0.1346*	-0.3822**	-0.0596	0.3204**	-0.0533
1	-0.3129**	-0.1121	-0.4786**	-0.0596	0.2094**	-0.1070

(注) \*\*は2.5%水準で、\*は5%水準で有意を表す。

表7 年金債務および資産のさまざまな特性とサープラス（実質金利一定下）

変数	数値	平均	標準偏差		
			$\sigma$ 資産部分	$\sigma$ 債務部分	$\sigma$ 全体
インフレ追随率	0	-0.0589	0.1151	0.0641	0.1391
	0.5	-0.0616	0.1151	0.0868	0.1485
	1	-0.0643	0.1151	0.1188	0.1689
ファンディング・レシオ	0.5	-0.0564	0.0575	0.0897	0.1092
	1	-0.0616	0.1151	0.0868	0.1485
	1.5	-0.0669	0.1726	0.0829	0.1965
株式ウエート	0.8	-0.0812	0.1528	0.0881	0.1814
	0.6	-0.0616	0.1151	0.0868	0.1485
	0.4	-0.0421	0.0788	0.0850	0.1195

産と年金債務間のリスクに大きな変化はない。これは、第1項にはファンディング・レシオが全体で掛かっていること、第2項は、2番目と3番目にファンディング・レシオが掛かっているが、標準モデルの条件では（注11）、両者の符合が逆のため、影響が相殺されることによるものである。

第3に、株式のウエートは、ファンディング・レシオと同様、相関係数には直接影響は及ぼさない。株式のウエートを落としていくと、リスクの高い株式のウエートが低下し、全体として資産間リスクが減少する。また資産と年金債務間のリスクについては、標準モデルの条件では、第2項の3番目の数値は正值となるが、この部分は株式のウエートの低下とともに減少する。また第2項の2番目は負値となるが、株式のウエートの減少と逆に、この部分のウエートは上昇するため、更に減少する。以上の結果、資産と年金債務間のリスクは減少する。

しかしながら、気を付けなくてはならないことは、 $\Delta y_t$ と $D$ の相関が変化する場合は、過去の平均値に基づく以上の議論は、必ずしも成り立たないということである。既に説明したように、 $\Delta y_t$ と $D$ の相関の変化に伴い、3種類（表6の右側）

の相関係数の数値や符号は容易に変わるからである。株式と債券の相関係数の変動は、サープラスリスクにおいて資産間のリスクだけでなく、資産と負債間のリスクに対しても無視できない影響を及ぼす可能性がある。

## 7. おわりに

本稿では、まず実際の市場データを用いて、株式の収益率と債券の収益率の要因分解を行った。次に要因分解の結果から、株式と債券の相関係数を複数の要因に分解し、各要因を調べた結果、最も大きな影響を与える要因は、実質金利と期待配当の相関であることを明らかにした。また、年金債務の収益率においても、実質金利と期待インフレ率が重要な要因であることから、サープラス関係を利用して、株式、債券および年金債務の間の相関係数が、実質金利と期待配当の相関の変化とともに、どのように変化していくのか、サープラスリスクに影響を与える相関係数の変化は何によって引き起こされるのかについても検討を加えた。

本稿で試みた分析方法は収益率の要因分析に基

（注10） 表6の右から1列目、2列目を参照。

（注11） 表6の右から1列目、2列目の2行目を参照。

づくものであり、汎用性が高いものであるが、ヒストリカルデータによる調査結果の解釈を含め、何点か課題も残されている。一つは、期待インフレ率の推定方法である。本稿では、物価連動債など直接期待インフレ率が観測される資産がないことから、代替的に修正CP法を利用した。しかしながら真の期待インフレ率であるかは現時点では確かめる手段がないため、今後、更に調査を進める必要がある。もう一つは、景気の状態である。Ilmanen (2003) や浅野 (2005) は、景気の状態も株式と債券の相関係数に影響を与える重要な要因としている。本稿では、16年強の長期データを用いて分析を行ったが、この期間は始めの数年を除き、名目金利は一貫して下落基調であり、日本の景気は低迷を続けていた。したがって、今後、景気が大きく回復する局面があれば、異なる結果が得られる可能性は否定できない。この点に関しては、本稿とは全く異なるアプローチも含めて、さらなる調査・分析が求められる。

本稿の執筆過程で、浅野幸弘氏（横浜国立大学）に非常に多くの有益なコメントを頂いた。記して感謝申し上げる。なお本稿の内容は筆者の所属する組織を代表するものではなく、個人的見解である。また本稿に残されたすべての誤りは、筆者の責に帰するものである。

## 〔参考文献〕

- [1] Arnott, Robert D. and Petrer L. Bernstein (2002), "What Risk Premium Is 'Normal'?", *Financial Analysts Journal*, March/April 2002
- [2] John Y. Campbell and Tuomo Vuolteenaho (2003), "Inflation Illusion and Stock Prices", *NBER Working Papers* 10263, National Bureau of Economic Research, Inc .
- [3] Frederick E. Dopfel (2003), "Asset Allocation in a Lower Stock-Bond Correlation Environment", *The Journal of Portfolio Management*, Fall 2003
- [4] Ibbotson, Roger G. and Peng Chen (2003), "Long-Run Stock Returns: Participating in the Real Economy", *Financial Analysts Journal*, January/February 2003
- [5] Ilmanen, Antti (2003), "Stock-Bond Correlations", *The Journal of Fixed Income*, September 2003
- [6] Sangyong Joo (1997), "Stock returns and Inflation: A Covariance Decomposition", *Applied Economics Letters*, 2000, Vol. 7, Issue 4
- [7] 浅野幸弘 (2005), 「株式と債券の相関」、『住信年金ジャーナル』Vol. 5 May 2005
- [8] 小川一夫 (1991), 「所得リスクと予備的貯蓄」、『経済研究』Vol.42, No. 2, April 1991
- [9] 北川源四郎・川崎能典 (2001), 「時系列モデルによるインフレ率予想誤差の分析」、『日本銀行Working Paper』01-13
- [10] 諏訪部貴嗣 (2003), 「グローバル化による株式リスクプレミアムの収斂」、『年金と経済』Vol.22, No. 4
- [11] 土居丈朗 (2001), 「貯蓄率関数に基づく予備的貯蓄仮説の検証」、『ESRI Discussion Paper Series』No. 1
- [12] 堀雅博・寺井晃 (2004), 「カールソン・パーキン法によるインフレ期待の計測と諸問題」、『ESRI Discussion Paper Series』No.91
- [13] 矢野学 (2004), 「物価連動債と年金ALM」、『証券アナリストジャーナル』July 2004
- [14] 三吉康雄 (2003), 「バリュエーションを考慮した株式リターンの長期推計」、『証券アナリストジャーナル』May 2003
- [15] 山口勝業・金崎芳輔・真壁昭夫・小松原宰明 (2003), 「日本の株式リスク・プレミアム」, 日本ファイナンス学会第11回大会報告論文