

インデックス売買の適正規模

株式会社野村総合研究所

投資数理研究室長 明 田 雅 昭

目 次

- | | |
|----------------------|-------------|
| 1. はじめに | 4. 小規模取引の影響 |
| 2. 取引の容易性 | 5. おわりに |
| 3. インデックス・ファンド作成の容易性 | |

最近、株式市場でインデックス売買が盛んに行われている。しかしながら、株価指数への投資がどの程度の資金規模で、どの程度の精度で出来るかについて十分に認識されているとは言えず、大規模な取引のために市場に混乱が見られるようになってきた。本論文では、日本の代表的な株価指数について、投資ツールとしてみたときのキャパシティの評価を試みた。

現物株式取引の執行という観点からみると、最近の市場流動性では100～200億円程度を境として、日経平均は比較的小型資金向き、TOPIXは大型資金向きであるといえる。どちらの指標とも数百億円程度の取引なら流動性があるが、この範囲を超えるとオーバーフロー状態になると推定される。小規模取引の影響としては、日経平均は繊維、商業、サービスの数銘柄、TOPIXは金融銘柄の影響を受けやすい。インデックス売買の規模が大きくなるにつれて、これらの銘柄の影響が顕著になりだしている。

1. はじめに

株価指数はかつては相場動向を表す指標として使われているに過ぎなかった。しかし、アクティブ運用の成績が一貫して指数を上回ることがまれであることの認識から、指数そのものへの投資というパッシブ運用が一派を占めるようになった。更に、オプション理論の発展、株価指数先物と株価指数オプションの上場により、現代の株式市場では、現物株式と派生証券を複

合して運用する各種のシステム運用が隆盛を極めている。

このようなシステム運用では、現物株式部分はインデックス・ファンドであることが多い。システム運用に不可欠な先物とオプションは、個別銘柄ではなく株価指数を原証券にしているからである。システム運用が理屈通りに実行できるためのキー・ファクターは、実は精度の高いインデックス・ファンド運用を行うことにある。このためにも、投資ツールとして株価指数を見たとき、インデックス・ファンドが作りや

*** 特 集 ***

すいということは重要である。更に、市場の動きを代表し小規模取引の影響を受けにくいことも指数としての基本である。本論文では、これらの視点に立って、投資ツールとしての株価指数のキャパシティを評価するフレームワークを提示する。更に日経平均とTOPIX（東証株価指数）について、実際のデータを用いて評価し、インデックス売買の規模についての許容範囲を検討する。

2. 取引の容易性

現物株式によるインデックス・ファンドを構築する最も単純な方法は、指数の計算方式そのままに個別銘柄を購入することである。すなわち、ポートフォリオの中に占める個別銘柄のシェアが指数におけるシェアと完全に一致するようすればよい。このようなインデックス・ファンド作成方式は完全法と呼ばれる。

完全法によるインデックス・ファンドの取引が容易に行えるかどうかは、投資ツールとしての株価指数の評価尺度の一つと言えよう。というのは、現物先物間の裁定取引のように、一瞬の内に現物のインデックス・ファンドを売買しなければならないことがよくあるからである。

完全法によるインデックス・ファンドの作成も実際は容易でないことが多い。現実の株式の取引に当たっては最小売買単位（多くの銘柄では1,000株）がある。端株売買ができないとすると、資金規模が小さいときには、指数を構成する全銘柄をそのシェアに正確に合わせて買うことができず、誤差を生むことになる。資金規模が大きくなりすぎると、市場流動性の関係で、

ある程度以上は売買できない銘柄がでてくる。完全インデックス・ファンドを取引できる度合は、最小売買単位と市場流動性という2つの理由により変化する。そこでこの度合を定式化し、「指数のトレーダビリティ（Tradability）」としよう。ここでは、次のように定義してみた。

①取引金額をV、銘柄*i*の指数に占めるシェアをx_i、株価をP_iとして、Vx_i/P_iを必要取引株数n_i（小数点付きの実数値）とする。

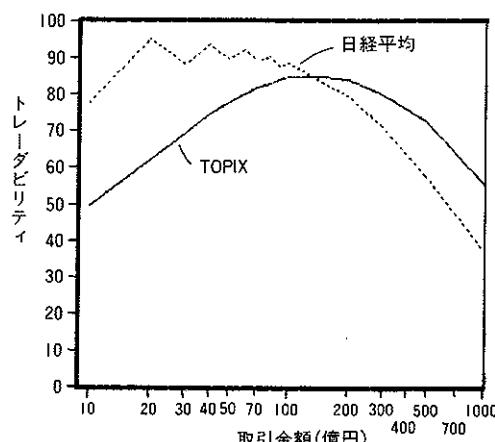
②直近1ヵ月の日次出来高の最低値の1/5までが、一投資家にとって取引可能な上限であると仮定して、n_iのうち取引可能株数をm_iとする。ここで、m_iは最小売買単位（多くの銘柄では1,000株）の整数倍でなければならない。

③100×(Σ_im_iP_i)／Vを計算し、これをトレーダビリティとする。

トレーダビリティは取引金額Vの関数であり、0以上100以下の数値をとる。上記②の取引可能株数の上限は、市場関係者の意見を参考にして決めたものであるが、もっと適切なものがあれば置き換えればよい^{#1)}。

計算例を示そう。ある日の日経平均が、39,000円、除数が10であったとしよう。このとき225銘柄の株価合計は、39,000×10=39万円なので、3億9,000万円あれば、全銘柄を1,000株ずつ（正確には、東電、関電、東宝を100株、NTTを1株、他の221銘柄を1,000株）買うことにより、完全インデックス・ファンドを作れる。ここで、直近の1ヵ月で、全銘柄とも毎日少なくとも1万株の出来高があったとしよう。このとき、日経平均のトレーダビリティは3.9億円の資金に

図-1 指数のトレーダビリティ



(注) 1989年12月28日時点計算

(出所) 野村総合研究所

対しては、100である。5億円の資金に対しては78(各銘柄を1,282株買う必要があるが、実際に1,000株ずつ合計3.9億円しか購入できず、 $100 \times 3.9/5 = 78$)、7.5億円の資金に対しては52($=100 \times 3.9/7.5$)と低下し、7.8億円の資金に対しては再び100になる。

1989年12月28日における日経平均とTOPIXのトレーダビリティを図-1に示した。

日経平均の値が10億円で80以下になっているのは、上記の例で示されたような端株の関係である。数十億円以下の資金規模では、日経平均の場合、取引金額を適切に調整すれば、完全インデックス・ファンドを取引できる。100億円でのトレーダビリティは88.7であるが、資金が更に増大するとトレーダビリティが落ちてくる。これは低流動性銘柄が原因である。もちろん日本出来高最低値の1/5を超えての取引も、多少の無理をすれば可能なので、実態的には200億円や300億円程度の日経平均完全インデックス・ファンドの取引は可能である。

表-1 百億円に対するセクターの流動性

業種	日経平均	TOPIX
水産・鉱業	94.9	84.6
建設・不動産	99.1	78.7
食品	82.1	79.8
繊維・化学	82.2	80.3
石油	95.4	88.5
鉄鋼・重工	97.5	92.9
非鉄	93.5	79.0
機械	89.2	68.3
輸出関連	98.6	84.7
商業	68.4	73.6
金融	98.2	89.8
運輸・通信	95.7	86.9
公共・サービス	55.2	92.5
指数全体	88.7	85.0

(注) 業種分類は東証中分類をベースにして便宜的に作成したもの。

セクターの流動性は1989年12月28日時点のデータで計算。

(出所) 野村総合研究所

TOPIXについては、トレーダビリティは100億円前後で最大で約85である^{#2}。10~20億円の領域でトレーダビリティが低いのは、多くの銘柄で、購入すべき株数(n_i)が1,000未満になり、実際の購入株数(m_i)が定義によりゼロとなるためである。

日経平均とTOPIXの1989年12月時点におけるトレーダビリティを比較すると、図-1より、150億円前後で対等、150億円より小さい金額では日経平均が優位、150億円より大きい金額ではTOPIXが優位であると言えよう。

資金が100億円のときのトレーダビリティをセクターに分解してみよう。表-1には、このときの業種別のトレーダビリティ(業種内における $100 \times (\sum_i m_i P_i) / (\sum_i n_i P_i)$ の値)を示した。これは、100億円という資金に対するセクターの流動性を示すものと言えよう。

※※※※ 特 集

トレーダビリティが低い業種は、日経平均では、商業と公共・サービスである。TOPIXでは機械と商業が低い。日経平均で公共・サービスが低いのは映画産業銘柄が原因である。両指数においてトレーダビリティが高いのは鉄鋼・重工である。また、金融は意外とトレーダビリティが高いこともわかる。日経平均に含まれる銀行株は都銀、信託の主要行である。前記のようにトレーダビリティを定義すると、指数全体の取引金額が100億円程度の場合は、銀行株も十分な流動性があると言える。

図-1と表-1はある特定日のデータから計算している。商いの活発度によって日毎にトレーダビリティは当然変化していくが、最近の市場ではおおむねこの程度と考えてよい。1989年12月物株価指数先物取引の決済価格が決まる12月8日には、1,000億円を超える日経平均のインデックス売買が行われたと言われているが、これは明らかに適正規模を超えていると言わざるを得ない^(注3)。

3. インデックス・ファンド作成の容易性

100億円の資金に対しては、日経平均でもTOPIXでも、完全インデックス・ファンドとして保有すべき銘柄および株数のうち、無理なく取引できるのは金額ベースで90%弱であることわかった。そこで、残りの10%強の部分を流動性が高い他の銘柄で補うことを考えよう。具体的には、直近1ヵ月の日次出来高最低値が100売買単位（売買単位が1,000株の銘柄では10万株）以下の銘柄は除外し、残りの指數構成銘柄で、各銘柄の組み入れ上限値を前記②に従い決

める。その上で、最適化法と呼ばれる数学的テクニックを用い、銘柄の組み合わせを適切に調整して、指數に対するトラッキング・エラーが最小になるように、インデックス・ファンドを作成してみた^(注4)。その結果が表-2である。

日経平均では225銘柄のうちの203銘柄、TOPIXでは1,160銘柄のうちの440銘柄が組み入れ対象になった。これらの銘柄で作成されたポートフォリオの β はともにほとんど1であり、決定係数 R^2 も1に近い。インデックス・ファンドの作りやすさについての一つの尺度は、どの程度までトラッキング・エラーが小さいポートフォリオを作れるかである。推定トラッキング・エラーは、月率でそれぞれ0.34%、0.16%である。これは、ある月のTOPIXが前月比4%であったとすると、このポートフォリオの値上がり率は3.84%から4.16%の範囲に確率2/3で入ることを意味する（逆にこの範囲から外れる可能性は1/3もある）。

トラッキング・エラーだけでみれば、100億円投資の場合はTOPIXの方がインデックス・ファンドを作りやすいと言える。しかし、TOPIXファンドは日経平均ファンドと比べて小口の取引が多いため、売買手数料が余分にかかることになる。実務的には手数料も含めてインデックス・ファンドの作りやすさを考えなければならない点に注意を要しよう。

TOPIXファンドでは、440銘柄でポートフォリオを構成した。流動性とは別に、銘柄数が多すぎるため実際には取引執行が難しいかもしれない。この場合は銘柄数を減らさざるを得なくなり、トラッキング・エラーは拡大する。日経平均では、多少流動性が低い銘柄でも無理を

表-2 百億円インデックス・ファンド

		日 経 平 均			T O P I X		
		ファ ン ド	指 数	差	ファ ン ド	指 数	差
銘 柄 数		203	225	—	440	1160	—
業 種 構 成	水産・鉱業	2.4	2.0	0.3	0.7	0.5	0.2
	建設・不動産	6.6	6.8	-0.2	4.5	6.1	-1.6
	食品	6.8	7.3	-0.5	2.9	2.6	0.3
	繊維・化学	18.4	19.4	-1.0	11.3	9.5	1.8
	石油	7.9	7.3	0.6	4.1	3.2	0.9
	鉄鋼・重工	4.7	4.6	0.1	5.5	5.4	0.1
	非鉄	6.0	5.8	0.3	2.8	2.3	0.5
	機械	4.1	4.1	-0.1	4.1	3.5	0.7
	輸出関連	19.9	13.9	6.0	18.2	15.8	2.4
	商業	4.3	7.0	-2.7	8.3	7.6	0.7
	金融	10.2	9.8	0.4	24.3	29.6	-5.3
	運輸・通信	7.3	7.1	0.2	9.5	7.8	1.7
	公共・サービス	1.6	5.1	-3.5	3.8	6.2	-2.4
ペーパ (β)		0.998			1.001		
決定係数 (R^2)		0.992			0.999		
推定 T. E.		0.337 (%/月)			0.161 (%/月)		

(注) 業種分類は東証中分類をベースにして便宜的に作成したもの。

インデックス・ファンドは1989年12月28日時点作成。

(出所) 野村総合研究所

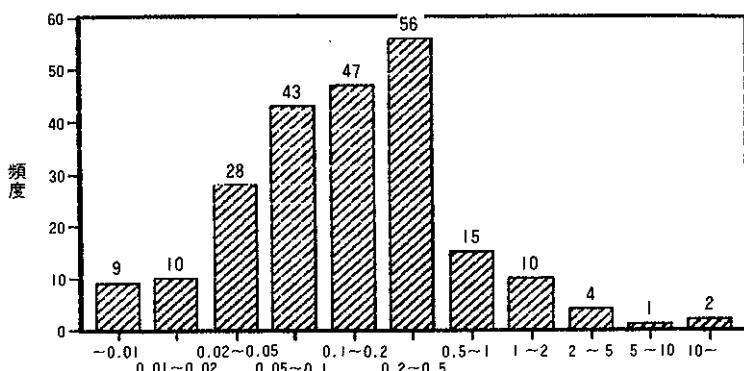
して買うことは可能なので、トラッキング・エラーはもう少し小さくすることは出来よう。そのかわり、取引時に市場インパクトという新たなコストを負担することになる。一概には言えないが、100億円のインデックス売買を1日で無理なく執行するなら、月率で0.3-0.4%程度のトラッキング・エラーは覚悟しなければならないと思われる⁵⁵⁾。システム運用では、この程度の規模の現物インデックス・ファンドを売買するときは、このくらいの誤差が発生するものとして、設計をしておかないと大きなミスを犯す危険性があろう。

4. 小規模取引の影響

株価指数は市場全体の動きを要約したものである。多くの取引主体の活動により形成された「見えざる手」、すなわち市場原理を映すものであるべきで、作為的な操作による影響を受けるのは好ましくない。少数の投機家の思惑で株価指数が振り回されるようでは、市場に対する投資家の信頼を失うことになる。そこで、株価指数が持つべき一つの特性は、個別銘柄の小規模な取引の影響を受けにくいということである。株価指数の変動が小規模取引の影響を受けやすくなっているとしたら、インデックス売買の対象としては好ましくない。

図-2 一取引が指標に与える影響

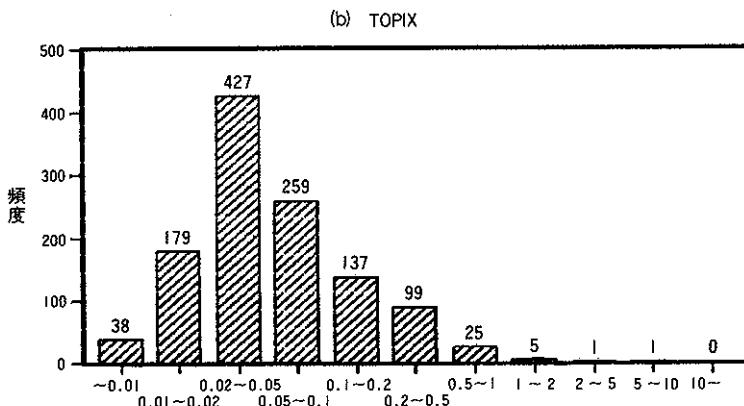
(a) 日経平均



価格変化率)

ここで、シェアとは株価指標における銘柄 i の構成比率（0と1の間の値）である。また、銘柄 i の一取引当たりの価格変化率は、 $\{(高値と安値の差)/(高値と安値の平均)\} \times 100\% / 取引単位数$ として計算する。これら2つの数値の計算に当たっては、シェアおよび高値、安値、取引単位数（出来高から計算）とも日次のデータを用いることにした^{注6)}。

図-2に、日経平均とTOPIXについて、その構成銘柄の影響係数の頻度分布を示した。これは1989年7月1日から12月28日までの約半年の



(注) 影響係数（一取引当たりの指標変化率、%）を 10^4 倍して頻度分布を作成。

計算期間は1989年7月1日～12月28日で、日次係数の時系列平均。

(出所) 野村総合研究所

指標構成銘柄の個々の取引が指標の変動にどの程度の影響を与えるかを測定してみよう。銘柄 i の影響係数を、「一取引当たり引き起こされる指標変化率」として、次のように定義する。

銘柄 i の影響係数 (%)

$$\begin{aligned}
 &= (\text{指標変化率}) / (\text{銘柄 } i \text{ の取引単位数}) \\
 &= (\text{銘柄 } i \text{ のシェア} \times \text{銘柄 } i \text{ の価格変化率}) / (\text{銘柄 } i \text{ の取引単位数}) \\
 &= (\text{銘柄 } i \text{ のシェア}) \times (\text{銘柄 } i \text{ の一取引当たりの})
 \end{aligned}$$

日次の影響係数を時系列平均したものであるが、見やすさのために1万倍して表示している。日経平均では影響係数が0.02から0.5までの銘柄が77%を占め、TOPIXでは、0.01から0.1の銘柄が75%を占めている。更に影響係数が1を超えるのは、日経平均で17銘柄、TOPIXで7銘柄あった。全体的に日経平均の方が影響係数が大きいのは、指標構成銘柄数が少ないと、値が飛びやすい小型株の指標構成シェアが相対的に大きいためである。

表-3 指数に大きな影響を与える銘柄

(a) 日 経 平 均

順位	コード	銘柄名	影響係数
1	8235	松坂屋	11.02
2	3001	片倉工業	10.16
3	9601	松竹	5.10
4	2533	合同酒精	2.62
5	3302	帝国繊維	2.52
6	3202	大東紡織	2.17
7	3201	日本毛織	2.06
8	2102	台糖	1.82
9	9602	東宝	1.57
10	9681	後楽園スタヂアム	1.50
11	5351	品川白煉瓦	1.41
12	6461	日本ビストンリング	1.34
13	8233	高島屋	1.31
14	2002	日清製粉	1.13
15	4506	大日本製薬	1.08
16	3865	北越製紙	1.08
17	5901	東洋製缶	1.07
18	4201	日本合成化学工業	0.97
19	5632	三菱製鋼	0.91
20	8511	日本証券金融	0.83
21	5331	ノリタケカンパニー	0.82
22	5005	東燃	0.74
23	5721	志村化工	0.74
24	8402	三菱信託銀行	0.65
25	9302	三井倉庫	0.64
26	4092	日本化学工業	0.63
27	5981	東京製鋼	0.62
28	2801	キッコーマン	0.55
29	8236	丸善	0.55
30	7102	日本車両製造	0.53

(b) T O P I X

順位	コード	銘柄名	影響係数
1	7974	任天堂	5.41
2	9002	西武鉄道	3.88
3	4528	小野薬品工業	1.82
4	8302	日本興業銀行	1.43
5	8756	日産火災海上保険	1.39
6	8262	長崎屋	1.30
7	8235	松坂屋	1.11
8	3871	大昭和製紙	0.96
9	8303	日本長期信用銀行	0.94
10	7276	小糸製作所	0.91
11	8311	第一勧業銀行	0.90
12	8100	藤井	0.90
13	8369	京都銀行	0.88
14	8319	大和銀行	0.76
15	8610	山種証券	0.75
16	1944	近畿電気工事	0.73
17	8615	国際証券	0.71
18	9722	藤田観光	0.68
19	8271	忠実屋	0.66
20	8320	三和銀行	0.65
21	8304	日本債券信用銀行	0.65
22	6141	森精機製作所	0.62
23	8611	コスモ証券	0.60
24	8522	名古屋銀行	0.59
25	8382	中国銀行	0.56
26	8402	三菱信託銀行	0.55
27	6445	蛇の目ミシン工業	0.54
28	8363	北国銀行	0.54
29	6645	オムロン	0.54
30	8358	駿河銀行	0.54

(注) 影響係数(一取引当たりの指標変化率、%)は1989年7月1日～12月28日の日次係数の時系列平均で10⁴倍して表示。

(出所) 野村総合研究所

表-3は両指標の影響係数上位30銘柄の一覧表である。TOPIXの上位3銘柄のうち、任天堂と小野薬品工業については、取引の多くは大阪証券取引所で行われている。表-3の計算はすべて東京証券取引所ベースで行っているので、取引単位数が過小評価となり、これらの銘

柄の影響係数は明らかに過大評価である。単位の取引でTOPIXに対して最も影響力があったのは、西武鉄道で値は3.88であった。この一覧表には、興長銀3行を含む16の金融銘柄(保険も含む)があり、TOPIXの変動が金融銘柄の取引に影響されやすいことが確認されよ

***** 特 集 *****

う。なお、一取引当たりの価格変化率の上位30銘柄には、金融は2銘柄だけであり、金融よりも値が飛びやすい銘柄は他の業種にも多々ある。金融銘柄の場合は、時価総額が大きい（従って指數に占めるシェアが高い）割には、一取引当たりの価格変化率が小さくなっているのである。言い換れば、大型株の割には株価が十分に「練られていない」ということであろう。

日経平均では、松坂屋と片倉工業の影響係数が際だって大きく、10を超えている。単位調整をして正確な表現をすれば、「松坂屋の取引一単位(1,000株)が引き起こす日経平均の変化率」= $11.0 \times 10^{-4} \% = 1.10 \times 10^{-3} \%$ となる。言い換れば、この半年の間、松坂屋を100万株取引すれば、平均的には日経平均を1%動かすことが出来たということである。

全225銘柄の影響係数を合計すると89.1になる。従って、全銘柄を一斉に一単位買いにいくと、日経平均は平均的には $39,000 \text{円} \times 89.1 \times 10^{-4} \times 10^{-2} = 3.5 \text{円}$ 程度上昇するとの推定ができる（これは精密な議論ではなく、あくまで目安である）。もし、日経平均の完全インデックス・ファンドの取引を約78億円（20単位株）行えば、70円の変動につながる。この推計値は、インデックス売買ごとに日経平均が数十円、時には100円を超えてジャンプしていることと整合している。上位5銘柄の影響係数の合計は31.4と、全体の1/3を超えている。インデックス買いが入る度に、薄商いの少数銘柄の値が飛んで、日経平均が敏感に上昇しているのである。松坂屋、片倉工業、松竹の3銘柄が、日経平均指數値の変動に大きな影響を及ぼしている事は、最近では新聞紙上をにぎわすようになって

いる^⑦。

これらの銘柄の価格変動が日経平均に大きな影響を及ぼしている一例を挙げよう。1989年11月末から12月末の間に、松坂屋は1,350円、片倉工業は2,410円、松竹は1,170円上昇した。月間の出来高はそれぞれ176万株、128万株、257万株であった（速報ベース）。3銘柄合計の値上がり幅は4,930円となり、除数で調整して日経平均換算すると484円になる。同期間に日経平均は37,269円から38,916円へと1,647円値上がりした。値上がり率4.42%のうち、1.30%はこの3銘柄の寄与であったことになる^⑧。更に、影響係数上位10社の中から、日本毛織と東宝の2社を加えてみると、わずか5社で日経平均を1.97%押し上げた形になっている。同期間の東証株価指数は+1.95%、日経500は+3.32%であったことから考えても、この期間では日経平均は相場全体の動きを過大評価していたといえよう。

このような現象は、インデックス売買による流動性を度外視した一律の大量取引のためであろう。インデックス売買の対象として見たとき、現行の日経平均指數は、これに投入される資金規模が明らかに過大になっている。投資ツールとしての株価指數のキャパシティを高めるためには、影響係数が大きな銘柄の流動性を高めることが必要であろう。

5. おわりに

市場を壊すような取引は避けるべきである、とは当然の主張であるが、本論文では大規模資金の場合、どの程度の金額まで適正な売買が可能かについて示唆した。インデックス売買など

は、市場の吸収力を見て適正規模で行うべきであり、大規模な場合は時間をかけて執行するなどの工夫が必要であろう。

本論文における指標の評価は、分析期間として網羅的なものではなく、最近に限定されていることをあらためてお断りしておく。更にここで提示した方法論は、一般的に確立されたものではない。このため見方が偏っているかもしれない。しかし、システム運用が隆盛の現代にあって、投資ツールとしての株価指数のキャパシティおよび性能についての議論はもととなされるべきであり、この試論がその口火となれば幸いである。

(図表の作成は、野村総合研究所・投資数理研究室・萩原達郎研究員、同・資産運用研究室・生方恵一郎研究員による。文中で意見の部分は、筆者の個人的な見解に基づいている。)

注 1) 何人かの市場関係者の話では、一人の投資家が無理なく売買できるのは全出来高の10分の1程度であろうとのことであった。事前に入手できるデータを使って、昨日の出来高の10分の1を上限と定めると、出来高は日々大きく変動するため、当日の出来高の10分の1をはるかに超えてしまう可能性がある。そこで上限値は、直近1ヵ月の日次出来高最低値の5分の1とした。なお、Tradability という用語を使ったのは、比較的短時間のうちに取引が可能かどうかを検討しているためである。時間をかけて購入する場合は、②の上限を月間出来高の数%などで置き換えて、Investability とうえ指標を考えてみるのもよかろう。このような指標は、グローバル投資の規模を検討するときに特に有用であろう。

注 2) 他の代表的株価指数の 100 億円でのトレーダビリティは、日経500が89.6、NRI400が 92.5、Morgan Stanley Capital International

のJapan Index が90.6であった。

注 3) このため、決済価格が38,118円となって、当日の日経平均の高値37,880円を238円も上回る結果になった。一見奇妙な印象を与えるが、決済価格は個別銘柄の始値（出来値）から計算するのに対し、当の日経平均は出来値がない銘柄はその時点での気配値で計算するため、このような事が起こるのである。

注 4) 最適化法や層化抽出法などのテクニックは、資金規模が小さい時だけに利用するものという考え方には誤解である。この場合のように大規模資金に対しても、このテクニックが必要になることがある。なお、ここでの最適化は、野村の 4 ファクター・モデルを用いて、「ポートフォリオ・リターンとインデックス・リターンの差」の分散を最小化する形式で行っている。4 ファクター・モデルの詳細は次の文献を参照のこと。
・明田雅昭「日本株式ファクター・モデルの実証研究」、証券アナリストジャーナル1989年2月号、PP1-11。

注 5) 読者は R^2 の高さとトラッキング・エラーの大きさについて矛盾を感じるかも知れない。しかし、トラッキング・エラーの観点からは、 R^2 が0.99 (相関係数が0.995) 程度では、到底高いとは言えないことを銘記すべきである。これは、明田雅昭著「ヘッジの理論とその応用」、野村総合研究所・QシリーズNo.6 (1987/9)、の中で展開されている、先物による現物株式ポートフォリオのヘッジ効率の議論と同じロジックで説明されることである。

また、次のように考えても、大規模インデックス・ファンドといえども、トラッキング・エラーがなかなか小さくならないことが理解されよう。ポートフォリオの Total Risk を T 、Systematic Risk を S 、Unsystematic Risk を U とすると、トラッキング・エラーは U そのものである。ところで、 $U = \sqrt{T^2 - S^2}$ だから、 $dU/dS = -S/\sqrt{T^2 - S^2}$ となり、ポートフォリオが完全インデックス・ファンドに近づく $S \rightarrow T - 0$

の極限では、Uの接線の傾き dU/dS は（ゼロではなく）マイナス無限大である。これはトラッキング・エラーは、完全インデックス・ファンドになる寸前まで「ゼロに漸近せず」、完全インデックス・ファンドになる瞬間にUが急激にゼロに收れんすることを意味している。

注 6) 個別銘柄の市場価格変化には、業績見通しの変化など理論株価の変化に起因するものも含まれている。このような価格変化は取り除いて議論すべきだろうが、理論株価を厳密に定義することは困難であるため、ここでは市場取引価格の変化をそのまま使った。

注 7) 例えば、日本経済新聞1989年12月22日の証券面の記事

注 8) インデックス・ファンドのトラッキング・エラーという視点にたてば、これは222銘柄の等株ポートフォリオであっても、日経平均との月次のトラッキング・エラーが1.3%に達することも有り得るということを意味する。これは相当に極端な例ではあるが、前記の注 5) のコメントを実証するものであり、少数銘柄で精度の高いインデックス・ファンドを構築することがいかに困難であるかが想像されよう。

