

β を考える：理論と実証のモデル

斯 波 恒 正

(証券アナリストジャーナル編集委員会委員)

1. はじめに

CAPMの β は、第 i 資産について $\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$ 、と与えられるので、共分散 σ_{iM} が.045、市場ポートフォリオ収益率の標準偏差 σ_M が.15であれば「 $\beta_i = .045 / (.15)^2 = 2.0$ である」というような記述が入門的ファイナンスの教科書に散見される。分かり易いと言えばその通りである。しかし果たしてこれで β 式や「2.0」という値が何を表しているかについて、初学者の理解の役に立っているのだろうか。

本稿では線形回帰モデルを使うファイナンス、経済学の実証分析が、どのようなステップを踏んでなされるのか、考えることとする。まず、分析者は実証したいファイナンスや経済学上の理論とそこで採用する関数形の特定化などの知識を持っているはずである。これを使って理論モデルを導く。例えば、所得制約の下での効用最大化の一階の条件として得られる需要関数は、この例である。CAPMも同様である。線形回帰モデルを使う実証分析の目的は、従属変数 Y と説明変数 X の間の相関の強弱を見ることにはない。それが目的なら回帰分析でなく、 $(Y, X_1, \dots, X_{K-1})$ の K 変数について、標本単相関行列を計算すれば済むことである。

次に Y を $(1, X)$ に回帰するデータを使った確率的定式化（実証用モデル）が必要である。理論モデルにある様々な制約は、この実証用モデルと整合的でなくてはならない。このことで、時には推定方法・推定量を選択し直さねばならない。選択した推定量は、望ましい統計的性質を備えていてほしい。以下、理論モデルと実証用モデルの確率的定式化の具体例を需要関数とCAPMの β を例にとって示していくことにする。

2. 需要関数の例

(1) 理論モデル

実証分析は、ファイナンスや経済学の理論をデータに照らして分析するものである。需要関数の定式化のためには、従属変数（需要） Y を説明変数（価格） X_1 ともう一つの説明変数（所得） X_2 に回帰する線形モデルにおいて、おのおのの係数の符号を負と正と想定すればよいと思われるかもしれないが、そうではない。線形回帰モデルでの実証分析を念頭に置いて、理論モデルの例として需要関数を導いてみよう。ただし非常に簡単な教科書的例である。

2財（ q_1 と q_2 ）の需要を考える（注1）。需要関数は、効用 $U(\cdot)$ を予算制約 $I = \sum p_i q_i$ の下で最

（注1）例えばHenderson and Quandt（[1980] p.18）を参照。