

低ボラティリティ株式運用

山田 徹 CMA
上崎 勲 CMA

目次

- | | |
|-------------|--------|
| 1. 概論 | 4. 考察 |
| 2. データと計測方法 | 5. まとめ |
| 3. 結果 | |

リスクの高い資産はリターンも高いのだろうか？ われわれは、過去のボラティリティと将来のリターンとの関係について、日本株式やグローバル株式を対象に実証分析を行った。その結果、低ボラティリティ・アノマリーが広範囲に存在すること、ボラティリティを低減させるポートフォリオ運用を行うことで、時価加重ポートフォリオに対する付加価値（高いリスク調整後リターン）が期待できることが分かった。

1. 概論

1.1 リスクとリターン

現代ファイナンス理論（MPT）では、一定の期待リスクの下で、最大の期待リターンとなるリスク資産ポートフォリオの集合体を効率的フロンティアと定義する。この曲線はリスクに対して右

肩上がりであり、効率的フロンティア上では期待リスクの高いポートフォリオほど期待リターンも高くなる。

資本資産価格モデル（CAPM）では、幾つかの前提の上で、個別リスク資産の期待リターンがベータ・リスクに比例して高くなることが示されている。



山田 徹（やまだ とおる）

野村アセットマネジメント ポートフォリオ・マネージャー。1991年大阪大学基礎工学部卒業後、野村総合研究所入社。96年野村証券金融研究所、99年野村アセットマネジメント入社。2003年12月より現職。



上崎 勲（うえさき いさお）

野村アセットマネジメント 投資開発部 クオンツ・アナリスト。2000年大阪大学大学院理学研究科修士課程修了後、野村アセットマネジメント入社。IT（投資技術）開発室、運用企画部を経て05年4月より現職。

これらの理論に従うと、期待リスクと期待リターンは単調増加の関係にあるとされる。しかし、過去の実績リスクと将来リターンとの関係はこれほど簡単ではないようだ。

Ang *et al.* [2006] は、1963年から2000年の米国株式において、過去1カ月の日次リターンを用いて計測したボラティリティが高い銘柄は将来のリターンが有意に低く、これはCAPMやFama and French [1993] の3ファクター・モデル（以下、FFモデル）では説明できないと報告した。

Blitz and van Vliet [2007] は、85年から06年の期間で先進国株式を対象に、過去3年の月次リターンで算出したボラティリティの水準とリターンの関係を分析し、ボラティリティが高いほどリターンが低いと報告した。さらに、期間別や地域別、企業規模等の特性値別に分析対象を絞っても、同じ結果であることを示した。

Bali and Hovakimian [2007] は、Ang *et al.* [2006] の結果を再現するとともに、米国の個別株式オプションのデータを用いて、インプライド・ボラティリティと将来リターンの関係を検証した結果、有意な差は観測できなかったとした。

これらのボラティリティに関する研究がある一方、固有リスク (idiosyncratic risk) に関する研究も知られている。固有リスクとは、リターンの変動のうち、CAPMやFFモデルにおける共通ファクターで説明されない残差項によるリスクを指す。

前述のAng *et al.* [2006] は、固有リスクと将来リターンの関係についても検証しており、FFモデルによる固有リスクが高い銘柄ほど、将来リターンが有意に低くなることを示した。さらにAng *et al.* [2009] は、検証を先進23カ国に拡張し、米国と同様の結果を報告した。

一方で、Malkiel and Xu [2006]、Martellini [2008] は、固有リスクやボラティリティの高い銘柄ほど

将来リターンも高いという反対の結果を示した。

Bali and Cakici [2008] は、固有リスクが将来リターンに与える影響について、リスク計測に用いるリターンの頻度や、パフォーマンスを計測するポートフォリオの重み付け方法などによって結果は変化することを指摘した。

1.2 最小分散ポートフォリオ

効率的フロンティア上に位置するポートフォリオの中で、最小の期待リスクとなるフロンティア上のポートフォリオは、大域最小分散ポートフォリオ、もしくは、単に最小分散ポートフォリオ（以下、Min-Varとも表記）と呼ばれる。このポートフォリオは、すべてのリスク資産のすべての組み合わせの中で期待リスクが最小となる組み合わせである。

このポートフォリオが時価加重ポートフォリオ（以下、MPとも表記）と比べてリスクが低く、リターンが高いという検証結果が報告されている。

Haugen and Baker [1991] は、72年から89年までの米国の株式市場において、低ボラティリティ・ポートフォリオがMPよりもリターンが高いことを示した。彼らは、市場ポートフォリオが効率的となるCAPMの条件は非現実的と主張した。

Kleeberg [1995] は、ドイツ、英国、日本、カナダ、米国の株式市場を対象として、米国以外の株式市場でもMin-VarのMPに対するパフォーマンスの点での優位性を示した。

Clarke *et al.* [2006] は68年から05年までの米国株式市場、石部 [2007] は95年から07年までの日本の株式市場において同様の結果を示し、この結果が企業規模、バリュウ、モメンタムを調整しても変わらないことを報告した。

1.3 今回の検証

以上のように、リスクとリターンの関係について、個別銘柄ベースとポートフォリオ・ベースの両面から近年幅広い研究が行われている。おおむね、前者では低ボラティリティ・アノマリーが存在し、後者では低ボラティリティ運用が付加価値（高いリスク調整後リターン）を生み出すという結論を得ている。この低ボラティリティ運用の効果の源泉は個別銘柄ベースのアノマリーにあると推測される。

本稿では、過去のボラティリティと将来リターンの関係について、個別銘柄ベースとポートフォリオ・ベースの両面から一貫した方法による比較検証を試みる。

検証に際して、ここでの低ボラティリティ運用の付加価値とは高いリスク調整後リターンであり、リスクは例えばベンチマークに対する相対リスクではなく絶対リスクであることに注意する必要がある。一般に、バリュエーション等のアノマリーに関する実証分析では、Ang *et al.* [2006] も行っているように、ベータや企業規模等を調整後の相対リターンとその安定性を測定することが多い。しかし、この方法は、低ボラティリティ運用が持つ付加価値の一面しか評価していない。後に示すように、絶対リスクは低水準ながら相対リスクは高水準となる傾向のある低ボラティリティ運用の評価には不十分と考えられる。

そこで、以下での実証分析では、パフォーマンス測度としてリターンに加えて絶対リスクとシャープレシオによる比較を行い、各国株式市場別、業種別、企業規模等の属性別のさまざまなユニバースを対象とすることで、ポートフォリオの銘柄属性の偏りが分析結果へ与える影響を軽減する。

具体的には、次の検証を行った。

まず、各ユニバースにおいて、過去のボラティ

リティの水準に応じて分位ポートフォリオを作成し、低分位と高分位ポートフォリオの間のリターン差、すなわち、低ボラティリティ分位を買い建てし、高ボラティリティ分位を売り建てたポートフォリオのパフォーマンスを検証する。

続けて、各ユニバースについて、Min-Varを構築してパフォーマンスを計測し、事後的なパフォーマンスがMPを上回るかを検証する。この際、多くの投資家が実質的に売り建てを制限されていることから、売り建ては認めないこととする。加えて、より個別銘柄ベースのボラティリティに着目した低ボラティリティ運用の検証も行う。

1.4 共分散行列

Min-Varの構築には、個別銘柄間の分散共分散行列（以下では単に共分散行列と呼ぶ）が必要となる。

ユニバースに含まれる全銘柄の過去のリターン系列を利用することで、サンプル共分散行列が得られる。しかし、サンプル共分散行列によるポートフォリオ・リスクの推定値には、銘柄数を十分に超える時点数が利用できない場合、大きな推定誤差が生ずる可能性があることが知られている。今回の検証で対象とするユニバースは最大数千銘柄から成るため、月次データを用いようとすれば、少なくとも数百年分のリターン系列が必要となる。

この問題を避けるために、今回の分析ではBayesian Shrinkage法を用いる。この手法は、マーケットが特定の構造を持つことを仮定しなくてもよいという大きな利点がある。

基本的な考え方は、サンプル値をそのまま用いるのではなく何らかの仮定に基づいた事前推定値に向かって縮小（注1）させようというものである。具体的には、推定共分散行列を、サンプル共分散

行列 S と事前推定共分散行列 F の加重平均とする。

$$\alpha F + (1 - \alpha)S$$

α は縮小定数であり、 S の不確実性が高まるほど F の割合が大きくなるように決定する。

各銘柄の分散およびそれらの間の相関係数はそれぞれの全平均値に等しい、という事前推定行列 (Frost and Savarino [1986]) を用いて、最適値 $\hat{\alpha}$ を Ledoit and Wolf [2004] から次のように求める。

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \{ (y_{it} - \bar{y}_i)(y_{jt} - \bar{y}_j) - s_{ij} \}^2 \right]}{T \cdot \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (f_{ij} - s_{ij})^2}$$

ここで、 T は観測値数、 N はユニバースの銘柄数、 y_{it} は銘柄 i の時点 t におけるリターン、 $\bar{y}_i$ は銘柄 i の平均リターン、 s_{ij} と f_{ij} はそれぞれ S と F の要素とする。なお、 $\hat{\alpha}$ の上限を 0.9 に制限する (注 2)。

2. データと計測方法

2.1 ユニバース

検証対象のユニバースとして、市場別、地域別、業種別、企業規模 5 分位 (等銘柄数)、バリュー (簿価時価比率) 5 分位、株価モメンタム 5 分位のポートフォリオとする。業種別および各 5 分位ポートフォリオは、日本株式では東証一部上場銘柄、グローバル株式では MSCI または FTSE のいずれかで先進国に区分される銘柄を対象に作成する。

市場、地域、業種の分類、それぞれの分析開始月、構成銘柄数を図表 1 に示す。グローバル株式について、先進国を六つ、エマージング国を三つに分割した。業種分類は、グローバル株式では世界産業分類基準 (GICS) のセクター 10 分類を用い、日本株式では証券コード協議会 33 業種を 7 分類へ集約 (注 3) して用いた。

2.2 データ

今回の分析は、グローバル株式に関して、90 年 1 月から 08 年 10 月の各時点での MSCI および FTSE 構成銘柄を対象に行う。日本株式に関して

(注 1) 縮小の一般的な考え方については、例えば Efron and Morris [1977] を参考にされたい。

(注 2) Ledoit and Wolf [2004] (以下、LW と表記) と本稿とは、①事前推定行列 F (LW では各銘柄の事前推定分散がそれぞれのサンプル分散に等しいと仮定)、② S と F の推定誤差間の共分散項 (本稿では項なし)、③ $\hat{\alpha}$ の上限 (LW では 1)、の三つの前提が異なる。Clarke *et al.* [2006] も同様の最適値を示しているが、①と②の前提は本稿と同じで、 $\hat{\alpha}$ は結果として 1 を超えなかったとしている。ベイズ的なアプローチの特徴は、主観的な判断に基づいてこのような事前推定の選択を行うことにある。われわれの検証 (未掲載) によると、LW の F はサンプル分散の異常値に対する頑健性の点で問題があり、②の共分散項は相対的に小さく、検証結果に大きな影響を与えなかった。また、リーマン・ショック時などマーケットが急激に変動した際に $\hat{\alpha}$ が急上昇して上限に達することがあった。 $\hat{\alpha}$ の上限を 1 として本稿の F を用いると、Min-Var は等金額ポートフォリオと計算されてしまう。なお、Frost and Savarino [1986] も①と②の前提は本稿と共通だが、観測値数が銘柄数より大きい場合のみを扱っている。

(注 3) 大和 7 セクター・インデックスに倣って、素材 (繊維製品、パルプ・紙、化学、ガラス・土石製品、鉄鋼、非鉄金属)、加工・組立 (機械、電気機器、輸送用機器、精密機器)、その他製造業 (食料品、医薬品、石油・石炭製品、ゴム製品、金属製品、その他製品)、運輸・公益 (電機・ガス、陸運、海運、空運、倉庫・運輸関連)、サービス (卸売、小売、サービス)、金融 (銀行、証券、保険、その他金融)、その他非製造業 (水産・農林、鉱業、建設、不動産)、と分類した。

図表 1 検証対象ユニバース

	分析開始 年/月	平均銘柄数
日本株式		
市場別		
東証一部	75/1	1,222
東証一部外	75/1	1,313
業種別（東証一部）		
素材	75/1	248
加工・組立	75/1	282
その他製造業	75/1	164
運輸・公益	75/1	87
サービス	75/1	181
金融	75/1	128
その他非製造業	75/1	131
グローバル株式		
市場別		
先進国	90/1	2,069
エマージング	01/12	936
地域別		
米国	90/1	593
カナダ	91/1	108
英国	90/1	191
欧州除く英国	90/1	551
(日本)	90/1	448
アジア除く日本	90/1	185
EM アジア	01/12	547
EM EMEA	01/12	240
EM 南米	01/12	150
業種別（先進国）		
エネルギー	90/1	83
素材	90/1	244
資本財サービス	90/1	400
一般消費財サービス	90/1	371
生活必需品	90/1	180
ヘルスケア	90/1	111
金融	90/1	349
情報技術	90/1	170
電気通信サービス	90/1	49
公益事業	90/1	106

- (図表注) 1. 「グローバル株式」は、MSCIまたはFTSEのいずれかの構成銘柄。
 2. 「グローバル株式」の地域「(日本)」は「日本株式」と定義が異なる。
 3. REITおよび不動産関連銘柄を除外している。
 4. 「EM」はエマージング、「EMEA」は欧州・中東・アフリカを指す。

(出所) 筆者作成（以下の図表すべて同じ）

は、75年1月から08年10月のより長期を対象とした分析も行っている。なお、REITおよび債券的性質が強いと思われる不動産関連業種の一部を除外している。一般の株式と比較して、リターンおよびリスク特性が大きく異なると考えられるためである。

各銘柄のリターンは、すべて月次とし、現地通貨建て配当込みリターンから所属国の短期金利を控除して求める。

グローバル株式に関して、時価総額は米ドル建ての発行済株式ベースの値、簿価時価比率は財務データを発表の遅れを考慮してFactSetから取得したデータを使用する。日本株式の各種データは(株)野村総合研究所の分析データ・サービスより取得する。

ボラティリティは、過去60カ月間のリターンの標準偏差とするが、翌月のリターンと過去12カ月間のリターンが取得できれば計算する。モメンタムは、過去12カ月間の平均月次対数リターンとする(注4)。

分位ポートフォリオのパフォーマンスは、分位内の銘柄の単純平均リターンとし、各分位に所属する銘柄数が5に満たない場合は対象外とする。

サンプル共分散行列の計算には過去60カ月間のリターンを用いる。ただし、翌月のリターンと過去60カ月のリターンが取得できる銘柄のみを対象とし、ユニバースの銘柄数が10に満たない場合は対象外とする。

2.3 パフォーマンスの計測・検定

ポートフォリオのリターンの統計値はすべて複利ベースで計算する。

本稿では、二つのポートフォリオのパフォーマ

(注4) 直近1カ月のリターンを除外する定義もあるが、ここでは除外していない。

ンス比較において、リターンの差、絶対リスクの比、シャープレシオの差を検定する（注5）。

リターンの差の検定には、等分散性が仮定できないことから、Welch法を用いる。

二つのシャープレシオの差の標準誤差は次のように求められる。

$$SE = \sqrt{\frac{1}{T} \left[2(1 - \rho_{1,2}) + \frac{1}{2} (SR_1^2 + SR_2^2 - SR_1 \cdot SR_2 \cdot \rho_{1,2}^2) \right]}$$

ここで、 T は観測値数、 SR_i はポートフォリオ i のシャープレシオ、 $\rho_{1,2}$ はポートフォリオ・リターン間の相関係数である。二つのシャープレシオに関する帰無仮説 $SR_1 = SR_2$ の両側 p 値は次のようになる。

$$2\Phi\left(-\frac{|SR_1 - SR_2|}{SE}\right)$$

ここで、 $\Phi(\bullet)$ は標準正規分布の累積分布関数である。

3. 結果

3.1 分位ポートフォリオ

日本株式（東証一部）とグローバル株式（先進国）のユニバースについて、毎月、過去ボラティリティの水準に基づいて、それぞれの銘柄数が等しくなるように5分位ポートフォリオを作成した。各分位ポートフォリオおよび比較対象のユニバースは等金額ポートフォリオとする。

分位1（ボラティリティ最小）ポートフォリオの特性を図表2に示す。数値は、ユニバース単純平均値との差の全期間統計値である。東証一部の

図表2 低ボラティリティ分位の特性

	ポートフォリオ特性		
	平均	最小	最大
日本株式（東証一部）			
業種別			
素材	-8.0	-18.6	7.9
加工・組立	-12.6	-20.9	1.2
その他製造業	2.9	-8.0	11.1
運輸・公益	5.2	-6.1	14.3
サービス	0.0	-6.5	9.6
金融	16.9	2.4	34.9
その他非製造業	-4.3	-8.9	4.4
属性別			
企業規模	0.4	0.0	0.8
バリュウ	0.3	-0.6	0.7
モメンタム	0.1	-0.8	0.9
グローバル株式（先進国）			
地域別			
米国	7.8	-9.6	21.5
カナダ	3.0	-0.2	9.6
英国	1.5	-1.9	8.0
欧州除く英国	-3.1	-15.7	3.6
(日本)	-10.4	-20.8	-1.3
アジア除く日本	1.2	-7.4	9.4
業種別			
エネルギー	0.9	-4.1	2.9
素材	-3.7	-8.4	0.9
資本財サービス	-7.1	-13.3	-2.2
一般消費財サービス	-8.8	-11.2	-6.1
生活必需品	7.8	3.6	10.9
ヘルスケア	0.0	-3.6	3.0
金融	6.1	0.6	13.4
情報技術	-7.3	-12.2	-2.4
電気通信サービス	0.7	-2.5	3.4
公益事業	11.4	8.7	15.5
属性別			
企業規模	0.4	0.0	0.6
バリュウ	-0.1	-0.5	0.1
モメンタム	0.2	-0.6	0.9

（図表注）地域別・業種別は、各時点における低ボラティリティ分位ポートフォリオのユニバースに対する相対ウェイト（%）の全期間統計値。属性別は、Z値（Z-score）の差の全期間統計値。Z値は、銘柄の属性値のユニバース内順位を標準正規分布に変換して求める。企業規模、バリュウ、モメンタムの各数値は大きいほど、それぞれ大型、割安、高リターンであることを示す。

（注5） 評価尺度として情報レシオ（リターンの差をポートフォリオ間の相対リスクで割った値）も広く用いられているが、低ボラティリティ運用では相対リスクの代償として相対リターンを得ることを目標としているわけではないので採用しなかった。

図表 3 分位ポートフォリオのパフォーマンス

(年率)	ユニ バース	分位別ポートフォリオ					分位差 (比) 1-5
		1 低	2	3	4	5 高	
日本株式 (東証一部)							
リターン (%)	3.38	5.46	5.08	4.33	3.17	-2.38	7.84
リスク (%)	19.7	14.0	17.8	20.3	22.6	27.0	51.8**
シャープレシオ	0.17	0.39	0.29	0.21	0.14	-0.09	0.48**
グローバル株式 (先進国)							
リターン (%)	0.94	3.77	2.19	0.97	-0.02	-3.51	7.28
リスク (%)	16.7	11.2	14.0	16.6	19.4	26.2	42.7**
シャープレシオ	0.06	0.34	0.16	0.06	0.00	-0.13	0.47**

(図表注) 1. 分位差 (比) は、リターンとシャープレシオでは 1 と 5 の差、リスクでは 1 と 5 の比。

2. **は 5 %水準で統計的に有意。

業種別では、平均的に金融 (注 6)、運輸・公益のウェイトが相対的に大きく、加工・組立のウェイトが小さい。先進国では、米国、公益事業、生活必需品、金融のウェイトが高い一方、日本、一般消費財・資本財サービス、情報技術のウェイトが低い。属性別ではやや大型株寄りである。ただ、いずれの特性も時期により大きく変化する。

分位ポートフォリオの翌月リターンの統計値を図表 3 に示す。過去のボラティリティが高い分位 5の方が低い分位 1と比較して、将来のリスクが高く、リターンとシャープレシオが低かった。分位 1と 5の差について、リターンは統計的に有意でないが、リスクとシャープレシオは 5%水準で有意となった。

分位 1 (ボラティリティ最小) のリターンをユニバースのリターンで時系列回帰 (全期間) した結果を図表 4 に示す。日本株式 (東証一部) とグローバル株式 (先進国) とともに、傾きは 0.6 程度、切片は年率 3%以上で統計的に有意であった。

日本株式とグローバル株式のサブ・ユニバースにおける統計値をそれぞれ図表 5 パネル A、Bに

図表 4 低ボラティリティ分位ポートフォリオの有意性検定

	切片 (年率%)	傾き	修正済み 決定係数 (%)
日本株式 (東証一部)	3.29**	0.64**	81.2
グローバル株式 (先進国)	3.21**	0.60**	79.4

(図表注) **は 5 %水準で統計的に有意。

示す。統計値は分位 1 と分位 5 の差または比についてのみ示している。シャープレシオを見ると、すべてのユニバースで低ボラティリティ分位の方が高く、多くはその分位差が有意である。これは、低ボラティリティ・アノマリーが国、業種、あるいはさまざまな属性に対して頑健であることを示している。

図表 6 は、日本株式 (東証一部) とグローバル株式 (先進国) のユニバースの 5 ~ 10 年ごとの統計値である。計測期間によっては高ボラティリティ分位の方がリターンは高いことがあり、常に有意な分位差があるわけではなかった。

これらの結果から、長期的に見て広範囲にわたる低ボラティリティ・アノマリーの存在を確認することができた (注 7)。

(注 6) 地方銀行のウェイトが大きい。

図表5 ユニバース別の分位ポートフォリオのパフォーマンス

パネルA 日本株式				パネルB グローバル株式			
(年率)	分位差 (比)			(年率)	分位差 (比)		
	リターン (%)	リスク (%)	シャープ レシオ		リターン (%)	リスク (%)	シャープ レシオ
市場別				市場別			
東証一部	7.8	51.8**	0.48**	先進国	7.3	42.7**	0.47**
東証一部外	3.8	45.0**	0.34**	エマージング	11.6	43.7**	0.77**
業種別				地域別			
素材	6.2	58.6**	0.32**	米国	2.3	38.7**	0.26
加工・組立	6.2	62.1**	0.35**	カナダ	17.2**	37.2**	0.99**
その他製造業	8.6*	61.6**	0.51**	英国	7.1	46.6**	0.30*
運輸・公益	10.3*	57.2**	0.52**	欧州除く英国	7.1	48.6**	0.41**
サービス	6.2	59.2**	0.32**	(日本)	7.6	52.2**	0.14
金融	2.8	44.4**	0.15	アジア除く日本	10.9	39.1**	0.64**
その他非製造業	13.6**	59.1**	0.51**	EM アジア	15.2	47.6**	0.83**
企業規模				EM EMEA	8.1	40.8**	0.54*
1 小型	8.1	59.8**	0.45**	EM 南米	11.3	45.2**	0.75**
2	10.1*	59.6**	0.48**	業種別			
3	10.4**	57.0**	0.54**	エネルギー	3.2	51.4**	0.26
4	7.3	57.2**	0.39**	素材	2.4	60.8**	0.16
5 大型	8.4*	61.3**	0.50**	資本財・サ	6.9	48.0**	0.34**
バリュー				消費財・サ	3.7	58.6**	0.15
1 割安	0.0	56.6**	0.21*	生活必需品	6.3	57.3**	0.60**
2	2.1	55.8**	0.24**	ヘルスケア	5.2	58.4**	0.43**
3	3.9	52.4**	0.28**	金融	2.3	54.6**	0.19
4	5.1	55.3**	0.24*	情報技術	3.0	45.3**	0.14
5 割高	10.8*	57.4**	0.41**	電通・サ	9.7	37.4**	0.41*
モメンタム				公益事業	1.3	47.8**	0.30
1 低リターン	11.6*	62.8**	0.50**	企業規模			
2	5.6	64.5**	0.32**	1 小型	3.3	41.8**	0.25
3	7.3	59.5**	0.45**	2	6.2	41.9**	0.39**
4	8.8*	61.7**	0.51**	3	10.2	43.8**	0.54**
5 高リターン	8.9*	63.1**	0.45**	4	7.9	43.7**	0.48**
				5 大型	7.8	43.1**	0.45**
				バリュー			
				1 割安	2.7	43.9**	0.22
				2	3.3	49.6**	0.35**
				3	7.5	45.0**	0.46**
				4	9.1	46.0**	0.48**
				5 割高	12.2*	37.9**	0.62**
				モメンタム			
				1 低リターン	9.9	57.2**	0.29**
				2	8.0	60.4**	0.36**
				3	5.6	56.0**	0.37**
				4	6.2	52.0**	0.57**
				5 高リターン	1.7	53.1**	0.33*

(図表注) 1. パネルBの(日本)はパネルAとユニバースと計測期間の点で異なる。

2. *は10%水準で統計的に有意、**は5%水準で有意。

図表 6 分位ポートフォリオの期間別パフォーマンス

(年率)	リターン (%)			リスク (%)			シャープレシオ		
	1 低	5 高	1-5	1 低	5 高	1-5	1 低	5 高	1-5
日本株式 (東証一部)									
1970年代	8.3	8.3	0.0	6.4	16.2	39.7**	1.29	0.51	0.78*
1980年代	20.5	10.4	10.2 *	12.2	14.2	86.1	1.68	0.73	0.95**
1990年代	-9.8	-15.2	5.4	18.3	38.1	48.2**	-0.54	-0.40	-0.14
2000年代	4.1	-8.4	12.5	11.7	27.5	42.6**	0.35	-0.30	0.65**
グローバル株式 (先進国)									
1990-1994	-0.4	-1.3	0.9	11.1	19.9	56.0**	-0.04	-0.07	0.03
1995-1999	10.6	13.7	-3.2	9.5	19.2	49.8**	1.11	0.72	0.39
2000-2004	6.6	-10.8	17.4	9.2	31.6	29.2**	0.71	-0.34	1.06**
2005-2008	-3.4	-19.4	16.0	14.8	32.6	45.4**	-0.23	-0.60	0.37*

(図表注) *は10%水準で統計的に有意、**は5%水準で有意。

3.2 最小分散ポートフォリオ

毎月、前述の方法で共分散行列を推定し、Min-Varを構築した。日本株式 (東証一部) とグローバル株式 (先進国) のユニバースについて、Min-VarとMPの翌月リターンの統計値を図表 7 に示す。なお、Min-Varの平均保有銘柄数は東証一部で142、先進国株式で245、最適縮小定数 $\hat{\alpha}$ の平均値は東証一部で0.50、先進国株式で0.58であった。

Min-Varは、MPと比較して、リターンとシャープレシオに統計的に有意な差はないが、有意にリスクが低下した。MPに対する相対リスク (トラッキング・エラー) は、一般的なアクティブ運用の値 (典型的には年率2~5%) と比較して非常に大きい。

日本株式の各ユニバースにおけるMin-VarとMPとの差または比についての統計値を図表 8 パネル Aに示す。Min-VarのリスクはMPの70%前後の水準であり、ほとんどのユニバースで有意に低かった。リターンに有意な差はなく、シャープレシオもMPよりおおむね高いが有意に上回るユニバー

図表 7 最小分散ポートフォリオのパフォーマンス

(年率)	MP	Min-Var	
	①	②	②-①
日本株式 (東証一部)			
リターン (%)	0.88	0.83	-0.06
リスク (%)	17.7	11.7	65.8**
シャープレシオ	0.05	0.07	0.02
対 MP 相対リスク (%)		11.9	
グローバル株式 (先進国)			
リターン (%)	0.40	1.79	1.38
リスク (%)	15.4	11.2	72.7**
シャープレシオ	0.03	0.16	0.13
対 MP 相対リスク (%)		8.2	

(図表注) 1. 差 (②-①) は、リターンとシャープレシオでは①との差、リスクでは①との比。

2. **は5%水準で統計的に有意。

スは少なかった。

グローバル株式の各ユニバースの結果を図表 8 パネルBに示す。パネルAと比較すると、ほぼ同じ傾向であるが、全般的にMin-Varの有効性はグローバル株式のユニバースの方が高い。地域別では日本 (パネルB) においてのみ、シャープレシオが有意ではないがMPを下回っている。

日本株式では、バリュエーション5分位ポートフォリオにおけるMin-Varのリターンが低下し、低ボラテ

(注7) 今回掲載した以外に、株価収益率、自己資本利益率、長期株価モメンタム、業績予想カバー・アナリスト数、アナリスト間の意見の相違、財務レバレッジ、EPS予想成長率、の水準での検証も行い、同様の結果を得た。また、分位ポートフォリオ内において銘柄を時価加重で保有した場合も同様の結果であった。

図表8 ユニバース別の最小分散ポートフォリオのパフォーマンス

パネルA 日本株式				パネルB グローバル株式			
(年率)	Min-Var と MP の差 (比)			(年率)	Min-Var と MP の差 (比)		
	リターン (%)	リスク (%)	シャープ レシオ		リターン (%)	リスク (%)	シャープ レシオ
市場別				市場別			
東証一部	-0.06	65.8**	0.02	先進国	1.38	73.5**	0.14
東証一部外	1.24	56.9**	0.18	エマージング	6.93	56.6**	0.63**
業種別				地域別			
素材	0.99	79.5**	0.07	米国	-0.41	79.1**	0.03
加工・組立	1.83	78.0**	0.13	カナダ	1.28	71.3**	0.21
その他製	-0.40	92.2	-0.01	英国	0.71	88.1**	0.05
運輸・公益	3.20	85.0**	0.21*	欧州除く英国	3.45	68.3**	0.32**
サービス	1.16	73.8**	0.08	(日本)	-0.91	74.9**	-0.17
金融	1.34	55.6**	0.08	アジア除く日本	0.43	74.3**	0.15
その他非製	4.11	78.8**	0.22**	EM アジア	6.69	58.4**	0.62**
企業規模				EM EMEA	9.13	63.2**	0.60**
1 小型	-1.10	73.5**	0.05	EM 南米	7.24	64.3**	0.55**
2	-1.71	68.4**	-0.05	業種別			
3	-0.17	64.0**	0.05	エネルギー	-0.30	81.3**	0.04
4	-1.11	71.6**	-0.05	素材	1.25	77.9**	0.07
5 大型	0.12	72.1**	0.02	資本財・サ	1.78	79.1**	0.11
バリュエ				消費財・サ	0.92	80.6**	0.05
1 割安	-0.56	78.3**	0.09	生活必需品	0.16	81.7**	0.08
2	-3.56	70.9**	-0.11	ヘルスケア	-0.89	88.0**	-0.03
3	-3.12	72.3**	-0.14	金融	3.31	67.1**	0.23*
4	-0.41	71.7**	-0.04	情報技術	2.85	70.4**	0.18
5 割高	0.96	70.4**	-0.03	電通・サ	2.09	83.3**	0.15
モメンタム				公益事業	2.02	78.8**	0.23*
1 低リターン	3.76	77.8**	0.21**	企業規模			
2	2.32	79.0**	0.16*	1 小型	1.99	72.6**	0.21**
3	1.46	73.9**	0.14	2	-0.55	72.9**	0.00
4	0.81	74.4**	0.08	3	0.32	73.7**	0.07
5 高リターン	-1.79	73.8**	-0.10	4	-0.33	75.4**	0.00
				5 大型	0.27	73.3**	0.03
				バリュエ			
				1 割安	0.68	70.6**	0.09
				2	0.65	69.0**	0.14
				3	0.82	73.5**	0.12
				4	1.25	76.1**	0.11
				5 割高	-0.29	79.0**	-0.04
				モメンタム			
				1 低リターン	2.59	69.8**	0.08
				2	2.74	78.7**	0.14
				3	3.03	81.9**	0.24**
				4	1.34	83.1**	0.15
				5 高リターン	-0.21	75.0**	0.07

(図表注) 1. パネルBの“(日本)”はパネルAとユニバースと計測期間の点で異なる。

2. *は10%水準で統計的に有意、**は5%水準で有意。

ィリティという銘柄属性がバリューと何らかの関係があることを示している。ただ、グローバル株式全体を見渡すとそれほど顕著ではない。

図表 9 は、日本株式（東証一部）とグローバル株式（先進国）のユニバースの 5～10 年ごとのパフォーマンス比較である。長期で見ても、Min-Var と MP のリターン差は大きい。これは、パフォーマンスの計測時期によって、MP との比較結果は大きく変わることを意味する。

前述の文献では、Min-Var は MP よりもパフォーマンスが高い（統計的に有意かどうかは不明）という結果を報告している。今回の検証によると、Min-Var の方がリスクは有意に低い、リターンとシャープレシオはおおむね高いものの有意な差とは言えなかった。最小分散ポートフォリオという概念は、そもそも、MPT までさかのぼる歴史を持っており、リターンの点で他のポートフォリオを上回ることを目標に考案されたものではなく、ここでの結果は妥当なものと言えるだろう。言い換えると、Min-Var は MP よりもリスクが低いにもかかわらずリターンに差はないことになり、Min-Var が単なる低 β ポートフォリオではないことを示している。

3.3 1/分散加重ポートフォリオ

分位ポートフォリオによる検証では、個別銘柄ベースでの統計的に有意な低ボラティリティ・アノマリーが観測された。一方で、Min-Var というポートフォリオ・ベースでは、リスクは低下したが、有意なリターン差はなかった。個別銘柄ベースのアノマリーを直接ポートフォリオに取り込むには、保有ウェイトをリターンのサンプル分散の逆数に比例させる、1/分散加重ポートフォリオ（以下、1/Var と表記）も考えられる。1/Var は、非対角成分をゼロとした共分散行列による Min-Var と見なすこともできる。

1/Var と Min-Var、MP との比較結果を **図表 10** に示す。1/Var のリスクは MP の 90% 前後の水準となり、Min-Var より高くなった。リターンは MP と Min-Var を上回ったが、統計的に有意な差ではなかった。一方で、1/Var のシャープレシオは、両方のユニバースで MP を有意に上回った。

この結果は、個別銘柄ベースでの頑健な低ボラティリティ・アノマリーの表れである。ポートフォリオ・ベースでの検証では、使用した共分散行列の非対角成分による推定誤差が原因となって頑健性が相対的に低くなっている可能性もある（注 8）。

図表 9 最小分散ポートフォリオの期間別パフォーマンス

(年率)	リターン (%)			リスク (%)			シャープレシオ		
	MP		Min-Var	MP		Min-Var	MP		Min-Var
	①	②	②-①	①	②	②/①	①	②	②-①
日本株式（東証一部）									
1970 年代	5.5	9.6	4.2	10.7	7.1	66.2**	0.51	1.37	0.85**
1980 年代	14.7	15.1	0.4	14.5	9.7	66.8**	1.01	1.56	0.55*
1990 年代	-7.9	-15.0	-7.0	22.7	14.6	64.3**	-0.35	-1.03	-0.68**
2000 年代	-5.6	0.4	5.9	17.2	10.1	58.6**	-0.32	0.04	0.36
グローバル株式（先進国）									
1990-1994	-2.6	-1.4	1.2	13.8	13.7	99.1	-0.19	-0.10	0.09
1995-1999	15.4	7.4	-8.1	13.2	9.5	71.9**	1.17	0.77	-0.39
2000-2004	-4.9	3.4	8.2	15.1	8.2	54.4**	-0.32	0.41	0.73**
2005-2008	-8.4	-3.5	4.9	19.2	12.9	67.2**	-0.44	-0.27	0.17

（図表注）*は10%水準で統計的に有意、**は5%水準で有意。

図表10 最小分散ポートフォリオと1／分散加重ポートフォリオのパフォーマンス

	MP	Min-Var		1 / Var	
(年率)	①	②	②－①	③	③－①
日本株式（東証一部）					
リターン（％）	0.88	0.83	-0.06	4.70	3.82
リスク（％）	17.7	11.7	65.8**	16.8	95.1
シャープ・レシオ	0.05	0.07	0.02	0.28	0.23**
グローバル株式（先進国）					
リターン（％）	0.40	1.79	1.38	2.53	2.12
リスク（％）	15.4	11.2	72.7**	13.6	88.8**
シャープ・レシオ	0.03	0.16	0.13	0.19	0.16**

(図表注) 1. 差 (②－①、③－①) は、リターンとシャープレシオでは①との差、リスクでは①との比。
2. **は5％水準で統計的に有意。

4. 考察

4.1 低ボラティリティ・アノマリー

各国株式市場で、なぜ低ボラティリティ株式の高リターン・アノマリー（高ボラティリティ株式の低リターン・アノマリー）が存在しているのか、その原因として次の4点が考えられる。

①不確実な将来の業績に対する投資家やアナリストの誤認

ある企業がリスクの高い事業に乗り出すとき、そのリスクに見合う大きな収益を期待しているはずである。投資家やアナリストは、その不確実性を認識し、彼らの間で意見の相違が大きくなり、株価のボラティリティも大きくなる（Athanasakos and Kalimipalli [2003]）が、平均的にはやはりリスクに見合った高い収益を期待する。仮に、高リスクの事業がリスクに見合った収益を得られない傾向があれば、株価は事前の期待分がはげ落ちてしまう。

②益出し・損切りルールによる売却圧力

投資家の中には、大幅に上昇（下落）すると

一定の水準で売却を行う、という益出し（損切り）ルールを持つ人がいる。高ボラティリティ株はこのルールに抵触しやすいので、常に売却圧力が存在する。

③楽観的な投資家による高β株への過大な期待

仮に大多数の投資家がCAPMを信じ、株式相場の先行きに楽観的な場合、高β株（多くの場合、高ボラティリティ株）を多く保有することで平均以上の期待リターンが得られるため、高β株が過大評価され、低β株が過小評価される。

④運用者のビジネス上の判断による誤謬

投資家の資金が流入するのは、往々にしてパフォーマンスが良好な資産および運用者、時期に偏る。Blitz and van Vliet [2007] も指摘するように、運用者がビジネス上の利益最大化を目指すのであれば、資金流入が期待できる上昇相場での高リターンを狙うという動機が働く。その結果、高リスク銘柄が過剰に選好される。

これらの一部については先行研究で言及はされているものの詳細な検証はされていない。ユニバースや時点によって要因は異なるだろうが、複数

(注8) われわれの検証（未掲載）によると、共分散行列をよく設計されたマルチ・ファクター・モデルで推定することで、MPに対するパフォーマンスを改善することが可能であった。

が絡み合っ低ボラティリティ・アノマリーが生じていると考えられる。今後のさらなる検証が望まれる。

4.2 最小分散ポートフォリオ

現実の株式投資において、MPは支配的な立場にいる。ほとんどのパッシブ運用がこのポートフォリオとの極めて高い連動を目指しており、多くのアクティブ運用でも連動性が問われている。この理論的な支柱は、市場ポートフォリオがリターン・リスクの点で最も効率的であるというCAPMだが、これが成立するには厳しい前提条件を満たす必要がある。

Min-Varもまた、MPと同様に、期待の上で効率的フロンティア上に位置しており、今回の検証結果によると、事後的に時価加重ポートフォリオと同等以上のシャープレシオを示す。

株式のみならず、債券など他資産を含めたアセットアロケーションにおいて、株式という資産クラスのリターン・リスク・プレミアムを得るために、ベンチマークとしてMPが用いられることが多い。これをMin-Varに置き換えた場合、より低いリスクで同等またはそれ以上のリターンを得られる可能性がある。あるいは、同じリスク量を配分できるのであれば、株式へより多くの配分が可能となり、結果としてより高いリターンを得られる可能性がある。

MPとMin-Varは、ポートフォリオ構築の考え方として、時価総額という既に市場で保有されている割合に沿うか、リスクとリターンの効率性の観点からのポートフォリオ構築かという違いはあるが、株式のベンチマークとして競合し合うものではない。むしろ高い効率性の追求を別の角度から行うという点で、お互いに補完し合うという位置付けが可能と考えられる。

5. まとめ

本稿では、日本株式とグローバル株式、および、その中での業種や企業規模などの属性別、期間別といった幅広いユニバースを対象に、過去のボラティリティと事後的なリターン、リスク、シャープレシオの関係を、以下の二つの面から統計的に検証した。

まず、過去のボラティリティの高低で分位ポートフォリオを作成し、その後のリターンを計測した。その結果、ほとんどのユニバースにおいて、低ボラティリティの分位ポートフォリオは高ボラティリティの分位ポートフォリオに比べて統計的に有意にシャープレシオが高いことが示された。

続いて、Min-VarのパフォーマンスをMPと比較した。今回の検証から、Min-VarはMPよりも、リターンとシャープレシオはおおむね高いが統計的に有意な差はなく、一方でリスクは有意に低いという結果が得られた。より個別銘柄ベースの低ボラティリティ・アノマリーに着目した方法の一つである $1/\text{Var}$ は、MPよりも有意にシャープレシオが高かった。

これらの結果は、各国株式市場において広範囲にわたる低ボラティリティ・アノマリーが存在していること、低ボラティリティ運用は長期的にMPよりも低いリスクで同程度以上のリターンが期待できることを示している。

リスク回避傾向の強い投資家、長期志向の投資家にとって、低ボラティリティ運用を選択することは、より高い効率性の追求という観点から、合理的な投資行動と言えるだろう。

【参考文献】

石部真人 [2007] 「最小分散ポートフォリオ」、三菱UFJ信託銀行『視点』12月号。

- Ang, A., R.J. Hodrick, Y. Xing, and X. Zhang [2006] “The Cross-Section of Volatility and Expected Returns,” *Journal of Finance* 61 (Feb.).
- [2009] “High Idiosyncratic Volatility and Low Returns: International and Further U.S. Evidence,” *Journal of Financial Economics* 91 (Jan.).
- Athanassakos, G. and M. Kalimipalli [2003] “Analyst Forecast Dispersion and Future Stock Return Volatility,” *Quarterly Journal of Business and Economics* 42 (Winter/Spring).
- Bali, T. G. and N. Cakici [2008] “Idiosyncratic Volatility and the Cross-Section of Expected Returns,” *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 43 (Mar.).
- Bali, T. G. and A. Hovakimian [2007] “Volatility Spreads and Expected Stock Returns,” Working paper, CUNY Baruch College.
- Blitz, D. C. and van P. Vliet [2007] “The Volatility Effect,” *Journal of Portfolio Management* 34 (Fall).
- Clarke, R., H. de Silva, and S. Thorley [2006] “Minimum-Variance Portfolios in the U.S. Equity Market,” *Journal of Portfolio Management* 33 (Fall).
- Disatnik, D. J. and S. Benninga [2007] “Shrinking the Covariance Matrix,” *Journal of Portfolio Management* 33 (Summer).
- Efron, B. and C. Morris [1977] “Stein’s Paradox in Statistics,” *Scientific American* 236 (May).
- Fama, E. F. and K. R. French [1992] “The Cross-Section of Expected Stock Returns,” *Journal of Finance* 47 (June).
- [1993] “Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds,” *Journal of Financial Economics* 33 (Feb.).
- Frost, P. A. and J. E. Savarino [1986] “An Empirical Bayes Approach to Efficient Portfolio Selection,” *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 21 (Sep.).
- Haugen, R. A. and N. L. Baker [1991] “The Efficient Market Inefficiency of Capitalization-Weighted Stock Portfolios,” *Journal of Portfolio Management* 17 (Spring).
- Jagannathan, R. and T. Ma [2003] “Risk Reduction in Large Portfolios: Why Imposing the Wrong Constraints Helps,” *Journal of Finance* 58 (Aug.).
- Kleeberg, J. M. [1995] “International Minimum-Variance Strategies,” *Barra Newsletter* (Summer).
- Ledoit, O. and M. Wolf [2004] “Honey, I Shrunk the Sample Covariance Matrix,” *Journal of Portfolio Management* 30 (Summer).
- [2008] “Robust Performance Hypothesis Testing with the Sharpe Ratio,” *Journal of Empirical Finance* 15 (Dec.).
- Malkiel, B. G. and Y. Xu [2006] “Idiosyncratic Risk and Security Returns,” Working paper, University of Texas at Dallas.
- Martellini, L. [2008] “Toward the Design of Better Equity Benchmarks: Rehabilitating the Tangency Portfolio from Modern Portfolio Theory,” *Journal of Portfolio Management* 34 (Summer).
- Michaud, R. O. [1989] “The Markowitz Optimization Enigma: Is ‘Optimized’ Optimal?” *Financial Analysts Journal* 45 (Jan./Feb.).

本稿の執筆に当たり、匿名のレフェリー2名から大変示唆に富むご所見、ご指摘を頂きました。ここに深く感謝申し上げます。

(この論文は投稿論稿を採用したものです。)