論　文

日本市場におけるβ値の実証研究

住友信託銀行投資研究部
吉　原　正　善

目　次

本稿は日本市場におけるβ値の実証研究を行ったものである。
実証結果は次の通りである。
① 最近の傾向として、βの単純平均が低下している。これは日本市場の機関化現象により、時価総額の大きな証券が市場に対して、よく反応したためと思われる。
② また日本の市場では、βは証券のリスクを表す唯一の指標ではないが、より高いβのポートフォリオを保有する投資家は、より高い収益率を実現していた。ただしリスク・プレミアムはSharpe-Lintner型のＣＡＰＭで与えられるよりも低い水準である。これには小型株効果の影響があると推測される。
③ βは安定的でないので、将来のβを予測することは難しいが、事前情報を活用してヒストリカルβに修正を加えれば、その後１年のβはある程度予測できることがわかった。また、予測後３年のβは修正βでもうまく予測できないこともわかった。これらは、βは安定はしていないが、短期であれば過去の収益率のデータを基にしてβの予測は可能であり、長期では企業の業態や経済そのものが変化するために、過去の収益率のデータからの予測が不可能であることを示していると思われる。

1. はじめに

株式投資には二つのリスクがある。ひとつは個別の証券に起因するリスクである。このリスクは、投資家が広く分散したポートフォリオを保有することにより、除去されるものである。もうひとつは株式市場に起因するリスクである。これはマーケット・リスクと呼ばれ、広く分散したポートフォリオを組んでも除去できないリスクである。このマーケット・リスクの大きさは、東証株価指数などのマーケット・ポートフォリオの収益率に対する各証券の収益率の感応度βによって測られる。

CAPM理論によれば、β値は広く分散したポートフォリオのリスクを表す唯一の指標であり、長い期間にわたる平均をとれば、より高いリスク(β)のポートフォリオを保有する投資家はより高いリターン（収益率）を得ることで報われなければならない。

本稿は、このβ値に焦点を当てた日本の株式市場の実証研究をまとめたものである。本稿の構成は次の通りである。

まず2章では、1968年1月～1988年12月の東証一部上場証券の月次収益率データから計測期間3年のヒストリカルβを求め、その分布を考察する。

次に3章では、日本の株式市場においてリスク(β)とリターン（収益率）のトレードオフが成り立っているかどうかの検証を行う。

さらに4章では、3章の計測から得られる結果を踏まえて、重要なリスク指標であるβを正確に予測するためにヒストリカルβの修正方法をいくつか紹介する。

そして5章でそれぞれの修正βが、実際に日本の株式市場で、将来のβをより正確に予測しているかどうかの検定を行う。

最後に6章でこれらのまとめを行う。

2. ヒストリカルβ

(1) ヒストリカルβとは

Sharpe, W. F. は、個別証券とマーケット・ポートフォリオの予想収益率が線型であると仮定して、証券の予想収益率を次式のシングル・インデックス・モデルで表現した。

$$\tilde{R}j=\alpha j+\beta j\tilde{R}_M+\tilde{e}j \qquad (2\text{-}1)$$

ここで、$\tilde{R}j, \tilde{R}_M$は証券jおよびマーケット・ポートフォリオの予想収益率である。$\tilde{e}j$は証券jに固有の誤差項である。β_jは証券jの収益率がマーケット・ポートフォリオの変化に対してどの程度対応しているかを示しているので、マーケット・リスクを表す指標と考えられている。

ところでβjを計測する際に問題となるのが、(2-1) 式に予想収益率が含まれていることである。投資家の予想は直接的に計測することができないので、実際に入手できる客観的なデータに置き換える必要がある。そこで、投資家は長い期間を取れば平均的には予想収益に等しい収益を得ると仮定することにより、予想収益率を実際の収益率に置き換えることにする（[2]

Fama参照)。

$$Rjt=\alpha j+\beta j\cdot R_{Mt}+ej \qquad (2\text{-}2)$$

ここで(Rjt, R_{Mt})は証券jとマーケット・ポートフォリオの収益率の時系列データである。βjは計測期間$(t=1,\cdots,T)$について、Rjの時系列データをR_Mのそれに対して単回帰させることにより推定する。

βjの最小2乗推定量$\hat{\beta} j$は次で与えられる。

$$\hat{\beta} j=\frac{\mathrm{Cov}(Rjt, R_{Mt})}{\mathrm{Var}(R_{Mt})} \qquad (2\text{-}3)$$

$\hat{\beta} j$は過去の時系列データから算出されるので、ヒストリカルβと呼ばれている。

ただし、ヒストリカルβには標準誤差が大きいことからくる本質的な不確実性の問題がある。特に最小2乗法は、過去のデータに極端な値、すなわち外れ値が存在する場合に、大きな影響を受ける。これらの外れ値を除去して推測し直せば、標準誤差は小さくなる。しかし、これらの外れ値は回帰式にうまくはまる行儀のよい観測値よりも証券jとマーケット・ポートフォリオの収益率の関係について、より貴重な情報をもたらす可能性がある。そこで、ここでは外れ値を除去せずに、単純に回帰させたものをヒストリカルβとする。

(2) 計測結果

ヒストリカルβは過去36ヵ月の個別証券の月次収益率Rjtをマーケット・ポートフォリオの月次収益率R_{Mt}に対して回帰して求めた。マーケット・ポートフォリオとしては、日本証券経済研究所が計測している第一部市場ＪＳＲＩ株価指数を用いた。また対象とする証券は、東証一部上場証券のうちでβ計測期間中に欠損値のないものとした。そしてβの計測基準日は1971年～1989年の年初とする。例えば、1988年のヒストリカルβは1985年1月～1987年12月の36ヵ月分の月次データから計測されたものである。

表1はこのように計測されたヒストリカルβの主要な統計量である。

ヒストリカルβの単純平均は、1981年まではほぼ0.8～1.0の水準で推移しているが、1982年以降は0.5の水準に減少しているのがわかる。βの加重平均は1.0となるので、単純平均が0.5の水準になっていることは、時価総額の大きな証券のβが高く、時価総額の小さな証券のβが低いということになる。

分散はサンプルのばらつき度を示すものである。ヒストリカルβの分散は1980～1984年では0.6～0.8の水準であったが、1985年以降は0.3の水準に減少している。最近の傾向として、ヒストリカルβが単純平均の付近に分布していることがわかる。単純平均と分散から推測すると、比較的少数の大型株だけが、市場とよく連動するようになってきたといえるのではないか。

歪度はサンプルの分布の非対称性と方向を示すものである。標準正規分布のように左右対称であればゼロになる。ヒストリカルβの歪度は1974年を除いて毎年プラスになっていることから、最頻値が単純平均より小さいほうに偏った分布であることがわかる。特に1987年以降にこの傾向が強い。

表1　ヒストリカルβの統計量

YEAR	MEAN	VARIANCE	SKEWNESS	KURTOSIS	$\overline{R_2}$	k
1971	0.902	0.351	0.360	2.606	0.166	560
1972	0.879	0.221	0.291	3.225	0.196	581
1973	0.870	0.148	0.201	4.114	0.194	602
1974	0.866	0.107	−0.035	4.592	0.202	665
1975	0.895	0.146	0.383	2.832	0.221	690
1976	0.991	0.189	0.047	2.726	0.257	710
1977	0.937	0.200	0.041	2.532	0.232	758
1978	0.790	0.309	0.279	3.101	0.141	887
1979	0.762	0.476	0.618	3.547	0.102	918
1980	0.959	0.745	0.609	3.996	0.110	924
1981	1.096	0.835	0.510	3.849	0.103	947
1982	0.528	0.700	0.137	4.310	0.081	958
1983	0.445	0.605	0.751	3.887	0.081	964
1984	0.472	0.608	0.503	3.402	0.089	980
1985	0.596	0.326	0.410	3.068	0.137	988
1986	0.546	0.382	0.391	3.613	0.105	1006
1987	0.516	0.283	0.810	4.569	0.110	1021
1988	0.489	0.324	0.721	4.037	0.116	1035
1989	0.456	0.338	0.632	3.663	0.113	1071

MEAN：ヒストリカルβの単純平均
VARIANCE：ヒストリカルβの分散
SKEWNESS：ヒストリカルβの歪度
KURTOSIS：ヒストリカルβの尖度
$\overline{R}^2$：自由度修正済決定係数の平均
k：会社数

尖度はサンプルの分布の尖りを示すものである。標準正規分布の尖度は3.0である。ヒストリカルβの尖度は1978年以降3.0よりも大きいことから、ヒストリカルβの分布は標準正規分布と比べて、分布の山が尖り、両端が長く裾を引いていると考えられる。特に1987年と1988年はこの傾向が強い。

図1は1988年のヒストリカルβをヒストグラムで表したものである。ここ数年のヒストリカルβは、単純平均が0.5の水準で最頻値が単純平均よりも偏り、分布の山が尖り両端が長い分布となっている。

また表2はヒストリカルβと時価総額の関係を示したものである。計測対象の銘柄をヒストリカルβで10個のポートフォリオに分けてそれぞれのポートフォリオの時価総額比率を計算することにした。例えば、1988年の数値は、過去3年のヒストリカルβでランキングして、1987年12月末の時価総額の比率を計算したものである。この表から1980年～1981年はヒストリ

図1　FREQUENCY OF BETA88

BETA88 MIDPOINT		FREQ	CUM FREQ	PERCENT	CUM PERCENT
−1.5		1	1	0.10	0.10
−1.2		1	2	0.10	0.19
−0.9		3	5	0.29	0.48
−0.6	**	17	22	1.64	2.13
−0.3	***********	84	106	8.12	10.24
0.0	*************************	187	293	18.07	28.31
0.3	*********************************	244	537	23.57	51.88
0.6	****************************	208	745	20.10	71.98
0.9	******************	132	877	12.75	84.73
1.2	**********	74	951	7.15	91.88
1.5	******	47	998	4.54	96.43
1.8	***	20	1018	1.93	98.36
2.1	*	7	1025	0.68	99.03
2.4	*	7	1032	0.68	99.71
2.7		3	1035	0.29	100.00
	60　120　180　240				
	FREQUENCY				

表2　ヒストリカルβと時価総額の関係

RANK	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988
1	6.0	5.8	7.3	5.5	4.5	3.8	3.0	2.6	3.0	4.2
2	11.6	9.1	11.2	3.8	4.3	3.6	3.4	4.0	2.6	4.9
3	10.7	14.5	11.0	5.6	7.0	6.5	3.5	4.4	2.3	6.4
4	7.7	8.8	9.3	5.9	6.4	6.7	4.0	3.7	4.3	3.0
5	7.3	8.8	9.3	5.9	6.4	6.7	4.0	3.7	4.3	3.0
6	7.2	8.9	11.1	13.6	7.7	6.4	5.6	7.2	5.9	4.7
7	7.6	6.4	10.9	7.7	6.5	7.1	10.1	11.5	8.6	7.0
8	7.3	11.4	10.0	5.7	5.7	6.2	17.1	15.1	10.0	7.1
9	13.9	15.4	8.9	12.3	11.5	13.7	21.9	16.1	14.9	15.7
10	20.7	11.3	11.0	31.8	34.7	35.1	26.2	30.3	41.2	39.9

rank：ヒストリカルβの小さい順に構成したポートフォリオ

カルβと時価総額に余り際だった特徴がないことがわかる。1982年～1988年はヒストリカルβの高いポートフォリオは時価総額の大きな証券で構築されていることがわかる。これらは日本の株式市場の機関化現象により、流動性のある大型株が債券市場の指標銘柄のように、市場に対して過敏に反応したためだと考えられる。

3. β 値と収益率の関係

(1) マーケット・リスク

シングル・インデックス・モデルによって、証券の期待収益率を説明すると、証券の予想収益に関する不確実性は、次式のように2つの要素に分解できる。

$$\sigma^2(\tilde{R}j)=E[(\tilde{R}j-E(\tilde{R}j))^2]$$
$$=\beta j^2\sigma^2(\tilde{R}_M)+\sigma^2(\tilde{e}j) \qquad (3\text{-}1)$$

ひとつは $\beta j^2\sigma^2(\tilde{R}_M)$ で、マーケット・ポートフォリオの収益率の不確実性で説明される部分である。これはマーケット・リスクと呼ばれている。$\sigma^2(\tilde{R}_M)$ はすべての証券に共通であるから、各証券のマーケット・リスクの大きさは βj だけから決まる。

もうひとつは $\sigma^2(\tilde{e}j)$ で、当該証券固有のリスクである。このリスクは、投資家が広く分散したポートフォリオを保有することにより、除去されるものである。

ＣＡＰＭ理論によれば、β がポートフォリオのリスクを表す唯一の指標であり、長い期間にわたる平均をとれば、より高いリスク（β）のポートフォリオを保有する投資家は、より高いリターン（収益率）で報われなければならない。

日本の市場において、リスクとリターンのトレードオフが成り立っているかどうかを検証してみることにする。

(2) 検証方法

まず検証期間であるが、1971年から1988年までの18年間を対象とする。18年を3年ずつ6期間に分けて、それぞれの期間の実績 β と月次収益率の関係を考察することにする。例えば第1期の実績 β とは、1971年1月～1973年12月の36ヵ月分の月次収益率から計測した β のことである。

次に検証の対象であるが、個別証券の βj と収益率ではなく、ポートフォリオの βp と収益率の関係の検証をすることにする。これは β 値が広く分散したポートフォリオのリスクを把握するために重要な指標であるかどうかを検証するためである。ところで、ポートフォリオはランダムに組めば良いものでもない。ポートフォリオは個別証券の持っている情報の損失をできる限り低減するように、βp の値を幅広い範囲に散布するように組む必要がある。そこで各証券の βj を小さい順に順序づけて、20個のポートフォリオを組むことにした。また βp は βj の単純平均として計算した。同様に t 月のポートフォリオのリターン Rpt も、Rjt の単純平均で計算した。

最後に検証方法であるが、まず上述の手順で求めた20個の（$Rpt,\beta p$）を用いて、次式を推定し、係数 γ_{1t},γ_{2t} を求めて符号を調べることにする。

$$Rpt=\gamma_{1t}+\gamma_{2t}\beta_p+e_{pt} \qquad (3\text{-}2)$$

(3-2) 式の回帰を1期につき36ヵ月分繰り返して行う。例えば1971年1月～1973年12月の36

表3　βと収益率の関係

$$R_{pt}=\gamma_{1t}+\gamma_{2t}\beta_p+\varepsilon_{pt}$$

期　間	$\overline{\gamma_1}$	$\overline{\gamma_2}$	$\overline{R_F}$	$\overline{\gamma_M}$	$\overline{\gamma_1-R_F}$	$\overline{\gamma_2-\gamma_M}$	$\overline{R^2}$	$\overline{s}$
71〜88	1.53	0.52 1.55	0.59	0.80	0.95 3.94*	−0.27 −1.51	0.48	1.64
71〜79	1.43	0.47 0.95	0.64	0.71	0.79 2.39*	−0.24 −0.95	0.45	1.69
80〜88	1.63	0.58 1.25	0.53	0.88	1.11 3.17*	−0.30 −1.19	0.52	1.60
71〜76	1.43	0.76 1.08	0.72	0.95	0.70 1.53	−0.20 −0.54	0.44	1.80
77〜82	0.90	0.24 0.70	0.59	0.21	0.31 1.13	0.03 0.14	0.52	1.38
83〜88	2.28	0.56 0.87	0.45	1.21	1.83 3.90*	−0.65 −1.86	0.49	1.75
71〜73	1.94	1.13 0.99	0.56	1.89	1.39 1.63	−0.76 −1.20	0.37	2.24
74〜76	0.91	0.40 0.47	0.89	0.04	0.02 0.07	0.36 0.93	0.51	1.36
77〜79	1.45	−0.13 −0.31	0.48	0.21	0.97 2.52*	−0.34 −1.49	0.46	1.45
80〜82	0.35	0.61 1.16	0.69	0.22	−0.35 −0.95	0.39 1.42	0.58	1.31
83〜85	2.13	0.32 0.44	0.54	1.24	1.59 4.79*	−0.92 −2.55*	0.46	1.73
86〜88	2.43	0.80 0.74	0.36	1.18	2.08 2.35*	−0.38 −0.63	0.53	1.78

$\overline{\gamma_1}$：γ_1の時系列平均
$\overline{\gamma_2}$：γ_2の時系列平均
$\overline{R_F}$：リスクフリー・レート（現先3ヵ月物）の時系列平均
$\overline{\gamma_M}$：マーケット・ポートフォリオの収益率とリスクフリー・レートの差の時系列平均
$\overline{R^2}$：自由度修正済決定係数の時系列平均
$\overline{s}$：標準誤差の時系列平均
下段はそれぞれの係数の有意性の検定のための t 統計量である。
*は5％で有意であることを示す。

ヵ月分の月次収益率を、この期間から計測したβに回帰させる。これを6期まで行うと、216個の（γ_{1t},γ_{2t}）の時系列データを求めることができる。そしてそれぞれの時系列の平均値の検定を行う。すなわち、リスクとリターンの間に「平均的に」プラスの関係があるかどうかを検証することにする。

(3) 検証結果

検証は全期間（1971年〜1988年）、前半と後半の2つの期間、6年ずつの3つの期間、3年ずつの6つの期間の総計12の期間に分けて行っ

た。検証結果の要約した統計量は表3に示されている。

全期間の$\overline{\gamma_2}$は0.52とプラスである。長い期間にわたる平均をとれば、日本の投資家は、株式市場でより多くのリスクを負担することによって、より多くのリターンを実現していたことになる。また部分期間でも、1977年〜79年の期間を除けばリスクとリターンのトレードオフが検証される。

ただしSharpe-Lintner型のＣＡＰＭが成立するならば、リスク・プレミアムはマーケット・ポートフォリオの収益率とリスクフリー・レートの差に等しくならなければならない。ところが実際のリスク・プレミアムは全期間で0.52であり、理論値0.80よりも小さい値である。このことは、リスクの大きいポートフォリオはSharpe-Lintner型のＣＡＰＭによって予測されたよりも低いリターンしか得られず、逆にリスクの小さなポートフォリオは予測よりも高いリターンを得ていたことになる。

また$\overline{\gamma_1}$はβが0のポートフォリオのリターンを示している。Sharpe-Lintner型のＣＡＰＭでは$\overline{\gamma_1}$は$\overline{R_F}$に等しくなければならない。ところが全期間の$\overline{\gamma_1}$は1.53と$\overline{R_F}$の0.59と比べるとかなり大きく、その差0.95は5％の水準で有意である。この差$\overline{\gamma_1 - R_F}$は全期間の前半でも後半でも5％の水準で有意である。特に最近の1986年〜1988年の値は2.08と高くなっている。表2よりこの期間のβの低いポートフォリオには小型株が多く含まれていることが明らかであるので、これらの結果には「小型株効果」が影響している可能性がある。加藤の研究（〔5〕参照）では、日本の株式市場は1月と6月に小型株の収益率が高いと報告されている。そこで$\overline{\gamma_1}$と$\overline{\gamma_2}$を月別に分けて求めてみることにする。

表4は月別のβと収益率の関係をまとめたものである。$\overline{\gamma_1}$は1月と6月に高く、$\overline{\gamma_1 - R_F}$も1月と6月だけ5％の水準で有意となっている。この結果は、加藤の研究と整合する。βの低いポートフォリオの収益率がＣＡＰＭによって予測されたよりも高いのは、小型株効果によるところが大きいと考えられる。

これまでの計測を総合すると、日本の株式市場では、βは証券のリスクを表示する唯一の指標ではないが、βのリスクを多く負担することによって、より多くのリターンを実現していると考えることができる。

4．β値の修正方法

(1)　β値の安定性

前章の計測結果により、βが証券の重要なリスク指標であることがわかった。ところが前章の計測は実績βを使った結果であるので、投資家が将来のβを正確に予測できた場合に、βが証券のリスクを把握するのに有効であることを示したにすぎない。

実際に証券に投資する時点で、入手できるデータはヒストリカルβである。各証券のヒストリカルβが安定しているならば、それを証券の

表4　βと収益率の関係

$$R_{pt}=\gamma_{1t}+\gamma_{2t}\beta_p+\varepsilon_{pt}$$

期間	$\overline{\gamma_1}$	$\overline{\gamma_2}$	$\overline{R_F}$	$\overline{\gamma_M}$	$\overline{\gamma_1-R_F}$	$\overline{\gamma_2-\gamma_M}$	$\overline{R^2}$	$\overline{s}$
ALL	1.53	0.52 1.55	0.59	0.80	0.95 3.94*	−0.27 −1.51	0.48	1.64
JAN.	3.90	2.09 1.78	0.60	2.69	3.30 4.70*	−0.60 −1.13	0.45	1.90
FEB.	1.65	0.88 1.12	0.60	0.83	1.05 1.78	0.04 0.12	0.38	1.64
MAR.	0.86	3.28 2.65	0.62	3.23	0.24 0.54	0.05 0.14	0.54	1.59
APR.	1.15	0.92 0.80	0.59	0.87	0.57 0.63	0.05 0.07	0.51	1.55
MAY	1.91	−0.21 −0.21	0.56	0.19	1.35 1.24	−0.39 −0.52	0.41	1.72
JUN.	2.83	0.11 0.10	0.57	1.17	2.27 2.78*	−1.06 −1.58	0.40	1.55
JUL.	1.58	−0.83 −0.71	0.56	−0.42	1.02 1.33	−0.40 −0.63	0.53	1.79
AUG.	0.84	0.07 0.05	0.58	0.08	0.26 0.41	−0.003 −0.01	0.51	1.59
SEP.	0.54	−0.59 −0.74	0.59	−0.22	−0.04 −0.05	−0.37 −0.58	0.46	1.55
OCT.	1.10	−1.30 −0.97	0.57	−1.53	0.54 0.46	0.23 0.23	0.58	1.68
NOV.	1.41	0.35 0.23	0.58	1.03	0.83 0.89	−0.68 −1.04	0.54	1.60
DEC.	0.63	1.49 1.29	0.61	1.65	0.01 0.02	−0.16 −0.27	0.51	1.57

リスク指標とすることができるが、表1からわかるように必ずしも安定しているとはいえない。これはヒストリカルβには二つの問題点があるからである。ひとつはヒストリカルβは最小2乗法で計測されるために測定誤差を伴っていることである。もうひとつはヒストリカルβは当然のことながら、過去のマーケット・ポートフォリオの収益率に対する過去の各証券の収益率の回帰係数であるからである。

そこでこの章では、ヒストリカルβを修正して、将来のβをよりうまく推定する方法をいくつか提示することにする。

(2) ベイズ推定量

未知のパラメータを推定する場合、状況に応じて「未知＝不確実性」の度合は異なるはずである。つまりわれわれは、多かれ少なかれ推定したいパラメータに関する「先見的知識」を持っているはずである。このような先見的知識を情報として活用した推定量が、ベイズ推定量で

ある。

各証券の将来の β を予測する場合に利用可能な情報源は、各証券のヒストリカル β である。ただしヒストリカル β は測定誤差を伴って現れるので、β の値が同じであってもその標準誤差が異なれば、情報としての価値も異なる。そこでヒストリカル β を将来の β の推定値とするのでは、不確実性を表す β の標準誤差の情報を活用していないことになる。

β の標準誤差とヒストリカル β のクロスセクション・データを活用すれば、β の事前分布を求めることができるので、次のような仮定を置くことができる。各証券の β は事前分布の中からでてきたひとつの実現値として得られ、ヒストリカル β はさらにその β から測定誤差を伴って実現したものとする。

Vasicek, O. A. はこれらの β の先見情報を利用して、各証券の β のベイズ推定量を次のように算出している（〔12〕Vasicek 参照)。

$$\beta_{Vj}=\frac{Dj}{A+Dj}\bar{\beta}+\frac{A}{A+Dj}\beta j \qquad (4\text{-}1)$$

β_{Vj}：証券 j の β のベイズ推定量
βj：証券 j のヒストリカル β
$\bar{\beta}$：ヒストリカル β の平均
S：ヒストリカル β の分散
Dj：証券 j のヒストリカル β の標準誤差の２乗
$\bar{D}$：Dj の平均
A：$S-\bar{D}$

これは次のように解釈できる。(4-1) 式で $\bar{\beta}$ と βj に掛かる係数は、それぞれ $\bar{\beta}$ と βj の信頼度を表している。そこで βj は、先見情報 $\bar{\beta}$ とヒストリカル βj をそれぞれの信頼度でウエートした加重平均であるといえる。すなわち、ヒストリカル β の標準誤差の２乗 Dj が大きく βj の推定に信頼が置けない場合は先見情報 $\bar{\beta}$ を尊重し、逆の場合は βj を重視するように β_{Vj} を決めている。

(3) 加重ベイズ推定量

前節では、ヒストリカル β の標本の平均と分散から β の事前分布を求めた。その場合は各証券の β を対等に扱っていることになる。しかし、マーケット・ポートフォリオを想定すると、β 値の重要度はその証券の時価総額に比例すると考えられる。そこで各証券の時価総額を利用して、β 値の重要度を加味したベイズ推定量を考えることにする。

個々の証券の時価総額比率を $wj>0$ とする。wj は $\sum wj=1$ となることから、βj の相対頻度であると考えることができる。そこで、wj を加味して β の平均と分散を求めると、次のようになる。

$$\bar{\beta}_w=\sum\beta jwj=1$$
$$S_w=\sum(\beta j-\bar{\beta}_w)^2wj \qquad (4\text{-}2)$$

β が $N(1,S_w)$ に従うと仮定して、各証券の β の加重ベイズ推定量を求めると次式のようになる。

$$\hat{\beta}_w=\frac{Dj}{A_w+Dj}+\frac{A_w}{A_w+Dj}\beta j \qquad (4\text{-}3)$$
$$\overline{D_w}=\sum Djwj$$
$$A_w=S_w-\overline{D_w}$$

(4) ジェームズ＝スタイン推定量

パラメータの推定量が良いかどうかは、パラ

表5　1982年のポートフォリオのβの予測値と実現値

rank	β0	βV	βW	βJ	β3	β1
1	−1.29	0.02	−0.19	−0.35	0.44	0.37
2	−0.53	0.06	−0.05	0.01	0.31	0.31
3	−0.30	0.09	0.02	0.13	0.21	0.10
4	−0.12	0.12	0.10	0.21	0.30	0.32
5	−0.03	0.14	0.13	0.26	0.50	0.23
6	0.05	0.15	0.14	0.30	0.36	0.22
7	0.13	0.25	0.25	0.34	0.38	0.24
8	0.22	0.33	0.37	0.38	0.40	0.16
9	0.30	0.38	0.42	0.42	0.50	0.37
10	0.40	0.45	0.51	0.47	0.44	0.47
11	0.48	0.50	0.57	0.51	0.62	0.36
12	0.56	0.55	0.65	0.54	0.65	0.59
13	0.66	0.61	0.73	0.59	0.60	0.43
14	0.76	0.66	0.81	0.64	0.62	0.49
15	0.92	0.74	0.94	0.72	0.69	0.85
16	1.08	0.84	1.06	0.80	0.87	0.81
17	1.29	0.95	1.22	0.90	0.87	1.09
18	1.56	1.04	1.41	1.03	0.96	1.34
19	1.81	1.19	1.60	1.15	1.08	1.42
20	2.49	1.57	2.12	1.48	1.10	1.79

rank：β0の小さい順に構成したポートフォリオ
β0：ヒストリカルβ
βV：βのベイズ推定量
βW：βの加重ベイズ推定量
βJ：βの James=Stein 推定量
β3：３年後の実現β
β1：１年後の実現β

メータの真の値と推定量との推定誤差が小さいかどうかで決まる。n個の推定量βの評価を以下の損失関数で表すことにする。

$$L(\beta,\hat{\beta})=|\hat{\beta}-\beta|^2$$
$$\beta=(\beta_1,\cdots\cdots,\beta_n)$$
$$\hat{\beta}=(\hat{\beta}_1,\cdots\cdots,\hat{\beta}_n) \qquad (4\text{-}4)$$

これは各パラメータの推定量と真の値との差の２乗和を意味する。

James＝Stein 推定量とは、この損失関数の期待値すなわち推定誤差の２乗和の期待値を最小にする推定量である（〔４〕James 参照)。したがって、ヒストリカルβよりも測定誤差の期待値が小さい推定量が得られることになる。

各証券のβの James=Stein 推定量は次のようになる。

$$\hat{\beta}_{Jj}=\bar{\beta}+\left\{1-\frac{(k-3)\bar{D}}{\sum(\beta j-\bar{\beta})^2}\right\}(\beta j-\bar{\beta}) \qquad (4\text{-}5)$$

k：サンプル数

5. 予測力の検定

(1) 予測力の検定方法

βの予測力を検定するには、どのような方法が望ましいであろうか。

まず検定の対象であるが、個別証券のβjの予測力ではなく、ポートフォリオのβpの予測力を検定することにする。これには二つの理由がある。ひとつは、個別のβjは標準誤差が大きいので、測定誤差のバイアスによって検定結果が歪められてしまう恐れがあるためである。もうひとつは、β値は広く分散したポートフォリオのリスクを把握するために重要な指標であるからである。そこで、各証券のβjを小さい順に順序づけて、20個のポートフォリオを組むことにした。またβpはβjの単純平均として計算した。

次に比較の対象であるが、予測後3年間と1年間の実現βを用いた。予測後3年間の実現βは、予測後36ヵ月の月次収益率を基に算出されたヒストリカルβであり、同様に予測後1年間の実現βも予測後12ヵ月のヒストリカルβである。表5は以上の条件で組んだポートフォリオのβpの予測値と実現値である。修正βはヒストリカルβと比べて実現βに近い値をとっていることがわかる。

最後に予測βの評価の基準を考えてみることにする。まず予測βを説明変数とし、実現βを被説明変数として次式で回帰させることが考えられる。

$$\beta=\lambda+\gamma\hat{\beta}+\varepsilon \qquad (5\text{-}1)$$

そこで帰無仮説としてH_0：$\gamma=1$を考えて、これが棄却されるかどうかt検定を行うことにする。この検定では有意水準を1％とした。すなわち、γの99％の信頼区間に$\gamma=1$が入らなければ、帰無仮説が棄却されて、予測βが実現βをうまく説明できていないことになる。

またβの予測力を予測βと実現βの差、すなわち平均2乗誤差で測ることにする。これは前章の損失関数をサンプル数で除したものである。

$$\bar{L}(\beta,\hat{\beta})=\frac{1}{n}|\hat{\beta}-\beta|^2$$

$$\beta=(\beta 1,\cdots\cdots,\beta n)$$
$$\hat{\beta}=(\hat{\beta}1,\cdots\cdots,\hat{\beta}n) \qquad (5\text{-}2)$$

これは推定βを基にして様々なポートフォリオを組んだ場合に、平均してどれ程のトラッキング・エラーが生じたのかを把握するのに適している指標である。

さらにヒストリカルβと比較した修正βの改善率を以下のように与えることにする。

$$\theta=\frac{\overline{L0}-\bar{L}}{\overline{L0}}\times 100 \qquad (5\text{-}3)$$

$\overline{L0}$：ヒストリカルβと実現βの平均2乗誤差

θは修正βを用いることによりトラッキング・エラーがどれだけ減少したかを示す指標である。

(2) 検定結果

① 予測βの回帰係数

表6はヒストリカルβの実現βに対する回

表6　ヒストリカルβの実現βに対する回帰係数

YEAR	$\beta3$			$\beta1$		
	γ	$t(\gamma)$	$\overline{R^2}$	γ	$t(\gamma)$	$\overline{R^2}$
1978	0.54	− 7.95*	0.82	0.90	− 1.03	0.81
1979	0.56	−10.40*	0.90	0.35	−12.16*	0.69
1980	0.46	−15.22*	0.90	0.25	−11.00*	0.41
1981	0.33	−16.87*	0.78	0.36	−13.32*	0.74
1982	0.27	−22.69*	0.79	0.48	− 8.33*	0.75
1983	0.27	−26.51*	0.83	0.65	− 7.04*	0.90
1984	0.06	−44.63*	0.24	0.26	−29.21*	0.84
1985	0.07	−24.91*	0.13	0.47	− 5.46*	0.53
1986	N.A.	N.A.	N.A.	0.16	−22.43*	0.46
1987	N.A.	N.A.	N.A.	0.40	−10.72*	0.73

γ：回帰係数
$t(\gamma)$：帰無仮説 $H_0(\gamma=1)$ に対する t 統計量
$\overline{R^2}$：回帰式の自由度調整済決定係数
*：1％の有意水準で棄却されることを示す。

表7　βのベイズ推定量の実現βに対する回帰係数

YEAR	$\beta3$			$\beta1$		
	γ	$t(\gamma)$	$\overline{R^2}$	γ	$t(\gamma)$	$\overline{R^2}$
1978	1.09	0.79	0.82	1.77	3.50*	0.77
1979	1.41	3.80*	0.90	0.89	− 0.77	0.68
1980	1.14	1.99	0.93	0.64	− 2.25	0.44
1981	1.08	0.70	0.81	1.13	0.72	0.68
1982	0.59	− 9.17*	0.90	1.05	0.57	0.88
1983	0.46	−11.41*	0.83	1.12	1.44	0.90
1984	0.08	−25.55*	0.19	0.42	−13.36*	0.83
1985	0.10	−13.94*	0.08	0.79	− 1.29	0.55
1986	N.A.	N.A.	N.A.	0.28	− 8.98*	0.37
1987	N.A.	N.A.	N.A.	0.79	− 2.24	0.79

帰係数の統計量を表したものである。$\beta3$は基準年1月から3年間の実績βとヒストリカルβの比較であるが、どの基準年も、帰無仮説H_0：$\gamma=1$が1％の有意水準で棄却されている。特に近年では、回帰係数が0に近い値をとったり、回帰係数の相関係数の2乗が激減していることから、ヒストリカルβの予測ばかりでなく説明力もほとんどなくなっていると考えられる。また$\beta1$は基準年1月から1年間の実績βとヒストリカルβの比較であるが、$\beta3$とほ

表 8　β の加重ベイズ推定量の実現 β に対する回帰係数

YEAR	$\beta 3$			$\beta 1$		
	γ	$t(\gamma)$	$\overline{R^2}$	γ	$t(\gamma)$	$\overline{R^2}$
1978	0.76	− 2.95*	0.82	1.25	1.69	0.79
1979	0.86	− 2.36	0.91	0.54	− 5.62*	0.69
1980	0.96	− 0.64	0.94	0.54	− 3.43*	0.44
1981	0.87	− 1.54	0.84	0.91	− 0.68	0.73
1982	0.41	−18.27*	0.90	0.73	− 4.31*	0.88
1983	0.33	−19.20*	0.83	0.82	− 2.96*	0.90
1984	0.06	−24.66*	0.19	0.33	−20.57*	0.84
1985	0.09	−15.27*	0.06	0.74	− 1.80	0.56
1986	N.A.	N.A.	N.A.	0.22	−12.55*	0.39
1987	N.A.	N.A.	N.A.	0.56	− 6.55*	0.78

表 9　β の James=Stein 推定量の実現 β に対する回帰係数

YEAR	$\beta 3$			$\beta 1$		
	γ	$t(\gamma)$	$\overline{R^2}$	γ	$t(\gamma)$	$\overline{R^2}$
1978	1.33	2.34	0.82	2.21	4.94*	0.81
1979	1.79	5.73*	0:90	1.14	0.80	0.69
1980	1.33	3.25*	0.90	0.73	− 1.39	0.41
1981	1.43	2.47	0.78	1.58	2.75	0.74
1982	0.57	− 6.59*	0.79	0.99	− 0.07	0.75
1983	0.46	−11.09*	0.83	1.13	1.52	0.90
1984	0.09	−26.24*	0.24	0.42	−13.92*	0.84
1985	0.13	−13.21*	0.13	0.83	− 1.01	0.53
1986	N.A.	N.A.	N.A.	0.33	− 8.64*	0.46
1987	N.A.	N.A.	N.A.	0.82	− 1.55	0.73

ぼ同様の結果である。ただし、近年の結果を比較すると、$\beta 1$ の方が回帰係数も相関係数も $\beta 3$ よりは良い結果がでている。

次に表 7 のベイズ推定量の回帰係数を見ると、かなり改善されているのがわかる。t 統計量の絶対値が小さくなり、回帰係数 γ が信頼区間に収まっている基準年がいくつかでてきた。特に $\beta 1$ は近年でも予測力が棄却されていない。しかし、近年の $\beta 3$ はヒストリカル β と比べてあまり改善しておらず、ベイズ推定量の予測力が棄却されている。表 8 は加重ベイズ推定量、表 9 は James=Stein 推定量の結果であるが、ベイズ推定量の結果とほぼ同じである。結果は基準年によりまちまちであるが、検定期間全体で

表10　3年後のβとの平均2乗誤差と改善率

YEAR	β	βV		βW		βJ	
	$\overline{LO}$	$\overline{L}$	θ	$\overline{L}$	θ	$\overline{L}$	θ
1978	0.151	0.112	25.8	0.078	48.3	0.102	32.5
1979	0.179	0.078	56.4	0.116	35.2	0.108	39.7
1980	0.469	0.239	49.0	0.260	44.6	0.278	40.7
1981	0.773	0.346	55.2	0.293	62.1	0.417	46.1
1982	0.388	0.038	90.2	0.130	66.5	0.049	87.4
1983	0.350	0.080	77.1	0.180	48.6	0.076	78.3
1984	0.550	0.200	63.6	0.330	40.0	0.196	64.4
1985	0.297	0.109	63.3	0.167	43.8	0.095	68.0

$\overline{LO}$：ヒストリカルβと実現βの平均2乗誤差
$\overline{L}$：修正βと実現βの平均2乗誤差
θ：予測力の改善率

表11　1年後のβとの平均2乗誤差と改善率

YEAR	β	βV		βW		βJ	
	$\overline{LO}$	$\overline{L}$	θ	$\overline{L}$	θ	$\overline{L}$	θ
1978	0.059	0.116	−96.6	0.070	−18.6	0.131	−122.0
1979	0.338	0.167	50.6	0.149	55.9	0.146	56.8
1980	0.489	0.094	80.8	0.123	74.8	0.098	80.0
1981	1.045	0.649	37.9	0.572	45.3	0.736	29.6
1982	0.245	0.029	88.2	0.052	78.8	0.054	78.0
1983	0.105	0.031	70.5	0.047	55.2	0.031	70.5
1984	0.353	0.097	72.5	0.174	50.7	0.095	73.1
1985	0.174	0.080	54.0	0.137	21.3	0.083	52.3
1986	0.291	0.067	77.0	0.148	49.1	0.054	81.4
1987	0.116	0.016	86.2	0.053	54.3	0.017	85.3

はベイズ推定量が良い推定値といえる。

これらの結果を総じて言うと、修正βはヒストリカルβと比較すると将来の短期的なβの予測力を改善しているといえる。しかしながら、過去の収益率のデータだけから、長期的なリスクとリターンの関係を予測することは、難しくなっていることを示している。

② 予測βと実現βの平均2乗誤差

表10は予測βと3年後のβとの平均2乗誤差を表したものである。ヒストリカルβの平均2乗誤差はかなり大きいが、βを修正することにより改善されているのがわかる。また表11は1年後のβとの平均2乗誤差であるが、βを修正するとヒストリカルβと比べた相対的な誤

差が改善しているばかりでなく、絶対的水準がかなり小さくなっているのがわかる。この水準は十分実用可能な水準であると思われる。

6. おわりに

日本の株式市場におけるβ値の実証研究をまとめると次のようになる。

日本の市場では、最近の傾向として、βの単純平均が低下して0.5の水準で推移し、またβの分散も低下している。このときのβの高い証券は時価総額の大きな証券がほとんどである。これらは、日本の株式市場の機関化現象により、時価総額の大きな証券が市場に対して過敏に反応したためであると推測される。

また日本の市場では、βは証券のリスクを表す唯一の指標ではないが、より高いβのポートフォリオを保有する投資家は、より高い収益率を実現していた。ただしリスク・プレミアムはSharpe-Lintner型のＣＡＰＭで与えられるよりも低い水準である。これには小型株効果の影響があると推測される。

日本の市場にリスク(β)とリターンのトレードオフが成り立っても、実際に投資する時点で得られるデータはヒストリカルβである。βは安定的でないので、将来のβを予測することは難しいが、事前情報を活用してヒストリカルβに修正を加えれば、その後１年のβは予測できることがわかった。また、予測後３年のβは修正βでも予測できないこともわかった。これらは、βは安定はしていないが、短期であれば過去の収益率のデータを基にしてβの予測は可能であり、長期では企業の業態や経済そのものが変化するために、過去の収益率のデータからの予測が不可能であることを示していると思われる。

最後に、さらにβの予測力を改善させ得るであろうβの推定方法を提示して結びとしたい。本稿では、ヒストリカルβを最小２乗法（ＯＬＳ）で推定したが、ＯＬＳでは残差項の分散不均一性(Heteroscedasticity)や系列相関(Autocorrelation)により推定誤差が生じる。そこで一般化最小２乗法（ＧＬＳ）でヒストリカルβを推定すれば、より有効な推定値が得られたであろう。さらにＧＬＳ推定量に本稿で示した修正を施せば、βの予測力が改善するであろう。これらは今後の研究課題となろう。

【参考文献】

〔１〕 Elton, E. and M. Gruber, *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis,* 1984.

〔２〕 Fama, E. and M. Miller, *The Theory of Finance,* 1971.

〔３〕 Haung, C. and R. Litzenberger, *Foundation of Financial Economics,* 1988.

〔４〕 James, W. and C. Stein, "Estimation with Quadratic Loss", *Proceeding of the 4th Barkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability,* 1961.

〔５〕 Kato, K. and S. J. Schallheim, "Seasonal and Anomalies in the Japanese Stock Market, *Jounal of Financial and Quantitative Analysis,* June 1985.

〔６〕 金崎芳輔、「修正ベータの有効性の検証」証券アナリストジャーナル，1987年11月.

〔７〕 刈谷武昭，佃良彦，丸淳子，日本の株価変

動，1989年.
〔8〕 Lavely, J., G. Wakefield and B. Barrett "Toward Enhacing Beta Estimate" *Journal of Portfolio Management,* 1980.
〔9〕 Rosenberg, B., "Prediction of Common Stock Betas", *Jounal of Portfolio Management,* 1985.
〔10〕 Rudd, A. and H. Clasing, *Modern Portfolio Theory,* 1982.
〔11〕 榊原茂樹，現代財務理論，1986年.
〔12〕 Vasicek, O. A., "A Note on Using Cross Sectional Information in Bayesian Estimation of Security Betas", *The Journal of Finance,* Dec. 1973.