

# APTに基づく システムティック・リスクの推定

東京大学教授 若 杉 敬 明  
日本経済新聞社 小 野 寺 敬  
猪 狩 浩 一 郎

## 目 次

- |                  |                       |
|------------------|-----------------------|
| 1. はじめに          | 3. 主成分の経済的意味付け        |
| 2. 月次収益率からの主成分抽出 | 4. APTのリスク価格と期待収益率の推計 |

本稿の主たる目的はArbitrage Pricing Theory (APT) に基づき東京証券取引所株式市場第一部上場銘柄の収益率について、その共通要因およびシステムティック・リスクを推定するとともに、それらの経済的意味付けが可能であるかどうかを検討することである。30銘柄からなるランダム・ポートフォリオを30組作り、月次収益率に対して主成分分析を行い、主要なものとして2つの主成分を取り出した。この主成分に対して個別銘柄の収益率を回帰させることにより、個別銘柄のふたつのシステムティック・リスクを推定した。次に、これらと企業の財務変数との相関を計算しそれらの関係を検討した。また、推定された主成分をマクロ経済変数で回帰しその意味付けを考察した。こうした検証の結果、共通要因の経済的意味付けとしては、ひとつは長期的な実体経済要因、他のひとつは短期的な金融要因を表すとする見方が有力となった。しかし、より明確な意味付けについて今後の検討の余地があると思われる。次に期待収益率とシステムティック・リスクとの関係を検討した結果、統計上有意な銘柄をサンプルとした場合、APTの説明力がかなり高いことが示された。最後に価格方程式に基づいて個別銘柄の理論収益率を推計し、それと実績収益率との差を利用する運用手法について行ったシミュレーション結果のひとつを紹介する。

## 1. はじめに

Ross (1976, 1977) によって提唱されたAPTは、CAPMのもつ実証上の問題点を解決するものとして期待され精緻化がなされてきたが、実証の観点からはAPTにもそれなりの問題があることが明らかになりつつある。

APTの基本になっているのはCAPMと同様、システムティック・リスクとアンシステムティ

ック・リスクの認識である。Ross (1976, 1977) は、システムティック・リスクは必ずしもひとつである必要はないと考え、一般に危険資産の投資収益率は次の様な一次のKファクター・モデル、いわゆるマルチファクター・モデルで表されるとした。

$$\bar{R}_{it} = E_i + \sum_{k=1}^K b_{ik} \bar{f}_{kt} + \bar{\epsilon}_{it} \quad (1)$$

この式で  $\bar{R}_{it}$  は第  $t$  時点における資産  $i$  の収益率であり、 $E_i$  はその資産の期待収益率、 $\bar{f}_{kt}$  は  $k$  番目の共通ファクター（標準化されており平

均はゼロと仮定される)の実現値、 $b_{ik}$ は資産  $i$  の第  $k$  ファクターに対する反応係数で因子負荷と呼ばれる。 $\tilde{\epsilon}_{it}$  は第  $i$  資産に固有の変動要因であり、平均はゼロ、分散は有限、かつ少なくとも分散化された大きなポートフォリオでは相殺可能(つまり十分に独立)であると仮定される。

Ross (1976, 1977) はリスクのない裁定機会が存在しないという条件から、期待収益率は近似的に次の関係を満たさなければならないことを証明した。

$$E_i = \lambda_0 + b_{i1}\lambda_1 + \dots + b_{in}\lambda_n \quad (2)$$

この関係式は、市場の資産の数が増加すれば厳密な関係に近付くが、あくまでも近似式であり、しかもすべての資産が、この関係を満たすわけでもない。均衡APTでは、これを厳密な関係として定式化できるが、さらに多くの仮定が必要でありAPTのCAPMに対する優位性を大きく犠牲にせざるをえない(Conor (1984)、Chamberlain (1983) ほか)。

このようにAPTにも少なからぬ限界があるが、資産収益率の予測に基づいて意思決定をしなければならない投資の世界では、多少の厳密性は犠牲にしても、非常に強力な道具となりうる。何らかの方法でファクターの動きを予想できれば、個別の銘柄の収益率の動向が予測でき、適切なタイミング戦略をとれるからである。

このような考え方から、若杉(1983)は、東証一部上場銘柄の四半期収益率に対してAPTに基づく分析を行い、2つの主成分を抽出した。それらは日暮昭氏(日本経済新聞社)との共同研究により、マクロ経済変数との回帰分析から生産要因と価格(インフレ)要因と解釈された。なおここで四半期データが用いられたのは、日

本経済新聞社のデータベースではマクロ変数の四半期予測値が提供されており、これにより主成分の予測が可能と考えたからである。

本稿の実証結果はこの延長上にあるものである。ただし、今回の実証研究ではより精密な理論の検証を目指して月次収益率により主成分分析を行った。なお共通要因の推計についてはより精緻な手法がさまざま開発されているが、ここでは使用可能なプログラムの技術的制約からこの方法をとらざるをえなかった。また、個別銘柄に因子分析を行い、因子負荷(システムティック・リスクの尺度)と因子得点を同時に推計する方法をとらず、若杉(1983)同様、一度ランダム・ポートフォリオを作り、これに主成分分析を行って共通因子を推計し、さらに回帰分析を行い、回帰係数により因子負荷に相当するものを推定するという、迂回的な方法をとったのも、同じく技術上の制約からである。

以下、第2節では主成分の抽出とその分析結果を紹介する。2つの主成分が抽出され、第1主成分の寄与が圧倒的に大きいこと、かつサンプルを変えても第1主成分はきわめて安定していることが示される。

第3節では主成分の経済的意味付けが検討される。ここでは、日本の経済を動かしているある要因があり、それらが、一方では各銘柄の収益率を決定し、他方ではいわゆるマクロ変数で表される諸現象を引き起こすと考えられる。

Chen、Roll and Ross (1986) のように、利子率やインフレそのものが銘柄の収益率を決定しているという考え方もあろうが、ここでは、マクロ経済変数も上記の( $f_1$ 、 $\dots$ 、 $f_n$ )を究極的な原因変数とする仲介変数とであると考

※※※※ 特 集 ※※※

れらから回帰分析により $f_1$ 、…、 $f_n$ を合成するという方法をとっている。

第4節ではAPTの価格方程式の検証とこれに基づいた個別銘柄の期待収益率の推計および理論収益率と実績収益率との差からみた割安銘柄による運用シミュレーションが試みられる。

2. 月次収益率からの主成分抽出

2-1 主成分の抽出

日本経済新聞社の株式投資分析システムNEEDS-PORTFOLIOなどを使い、まず、以下の要領で共通因子を取り出した。

1. 対象：東京証券取引所第1部上場銘柄のうち、1972年12月以降の株価が存在する912社
2. 収益率：月次投資収益率（値上がり益と受取り配当を加えた総合収益率）
3. 期間：1973年1月から1988年4月
4. 使用プログラム：日本経済新聞社の時系列分析用ソフトウェアMARSの主成分分析コマンドPCA

主成分分析のサンプルサイズを節約するため対象の912社をランダムに並べたうえで銘柄数30のポートフォリオを30組作り、その収益率を

計算した。そしてポートフォリオ30組の収益率の時系列データを対象に主成分分析を行った。

まず、ポートフォリオの大きさによって有意主成分（ここでは固有値が1以上の主成分を指す）の数がどのように変わるかを調べるために10銘柄ポートフォリオ91組、15銘柄ポートフォリオ60組、20銘柄ポートフォリオ45組、40銘柄ポートフォリオ22組、そして日経業種中分類による36の業種別ポートフォリオを作り、これについても主成分分析を行った（表1）。

その結果、ランダム・サンプリングでは、ポートフォリオの数が増えるに従い有意主成分の数は増えるが、第2主成分までの累積寄与率は低下することがわかる。

共通因子として主成分を何個まで選ぶかがAPTの実証研究での重要な問題である。採用基準としていくつか方法が考えられるが、今回はこうした基準は使わずに、第2主成分までを採用することにした。これは1つの因子ではCAPMと結果的に同じ理論体系になり、APTの実証分析として意味がなく、また因子が3つ以上になると因子の意味付けが極めて困難になるという、これまで行ってきた実証分析の結果から判断したものである。

表1 主成分分析の結果

銘柄 選択法	銘柄数	ポートフォ リオの数	分析期間	有意主 成分(1)	累積寄 与率(2)	第1 主成分	第2 主成分	累積寄 与率(3)
ラン グ ム	10	91	1973年1月	8	71.1	59.7	2.8	62.4
	15	60		3	73.2	69.0	2.5	71.4
	20	45		1	74.7	74.7	2.0	76.8
	30	30	1988年4月	1	82.4	82.4	1.7	84.0
	40	22		1	86.4	86.4	1.4	87.8
業種別	—	36		6	69.9	42.0	11.1	53.1

注 (1)固有値が1以上の主成分の数 (2)固有値が1以上の主成分の寄与率の合計 (3)第1、第2主成分の寄与率の合計

図1 主成分の動きと日経500種平均株価騰落率

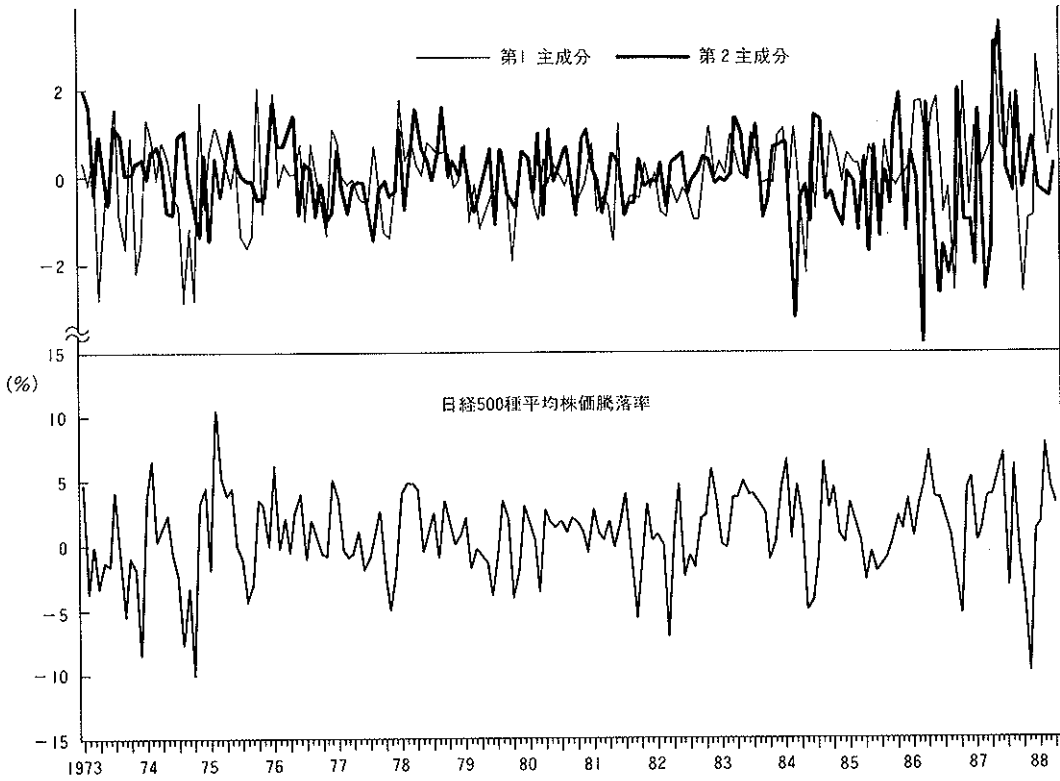


表2 主成分の再現性  
サンプル 30 銘柄30 ポートフォリオ

第1主成分同士の間相関マトリックス						第2主成分同士の間相関マトリックス							
	1	2	3	4	5	6		1	2	3	4	5	6
1	1.000						1	1.000					
2	1.000	1.000					2	0.756	1.000				
3	1.000	1.000	1.000				3	-0.912	-0.789	1.000			
4	1.000	1.000	1.000	1.000			4	-0.987	-0.768	0.920	1.000		
5	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000		5	-0.835	-0.948	0.848	0.841	1.000	
6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	6	0.915	0.786	-0.997	-0.924	-0.849	1.000

(注) 1 2 3の期間は1973年1月から1988年4月まででサンプリングが異なる  
 4 5 6の期間は1979年9月から1988年4月までで  
 1と4、2と5、3と6は同じサンプルで期間が異なる  
 相関係数の計算は短い期間(1979年9月から1988年4月まで)に統一



出した主成分を平均 0、分散 1 に規準化したものを使って分析を進めて行くことにする。

### 3. 主成分の経済的意味付け

主成分分析で必ず直面するのが、取り出した主成分の意味付けの問題である。今回の分析では、取り出した主成分は経済諸現象をひき起こす究極的な要因を表すという観点から、意味付けは単一の分析手法にこだわらず以下のように多面的に検討を行い、総合的に判断することとした。

#### 3-1 マクロ変数による回帰分析

まず、抽出した主成分をマクロ経済変数で回帰分析し、意味付けを試みた。しかし、図 1 から分かるように月次収益率から取り出した主成分は変動が激しく、このまま回帰分析で意味付けを行うのは極めて困難であった。そこで、この主成分を騰落率とみなし、1972年12月を100とする月次水準指数に一旦直した上で四半期の騰落率に変換し、この四半期データを対象に回帰分析した。しかし、この方法でも統計的に、かつ経済的に有意な回帰式を見つけ出すのは困難であった。表 4 に作業の途中段階で得られた式を掲げる。

まず、第 1 主成分の式についてはこれまでの実証分析の結果から生産要因ではないかということ念頭に置き説明変数を特定化している。説明変数の最初の 2 つは日米の生産の伸び率であり、生産増加は企業収益の増加となるため符号条件は正、3 つめの在庫投資の増加は景気後退の兆候になるということで符号条件は負、4

つめの海外物価の上昇は日本の輸出にとって有利に働くということで符号条件は正、5 つめの海外金利の上昇は海外景気の悪化や国内金利への波及が懸念されるとして符号条件は負、最後の円建ての原油輸入価格の下落は日本の供給コストの低下を表すため符号条件としては負になる。得られた回帰式の個々の説明変数は符号条件を満たし統計的にもほぼ満足できるものだが、自由度調整済決定係数はあまり高くない。

第 2 主成分についても、これまでの実証研究から金融要因あるいはインフレ要因ではないかということで特定化を試みた。説明変数の 1 つめのマネーサプライは、金余りの状態を表すということで符号条件は正、2 つめは海外インフレの国内への波及要因として符号条件は負、3 つめは企業のネットの賃金コストを表し符号条件は負である。個々の説明変数は統計的にはほぼ有意と言えるが、第 1 主成分の回帰式よりもさらに決定係数が低い。他の説明変数、例えば、国内長期債の利回りや交易条件などは統計的に有意でなかったり、符号条件が満足できないものがあつたため採用できなかった。

#### 3-2 業種別反応係数の散布図からの意味付け

次に、日経業種中分類に基づく 36 の業種別反応係数を推計した。

$$\tilde{R}_i = a_{i0} + a_{i1}\tilde{f}_1 + a_{i2}\tilde{f}_2 + \tilde{\varepsilon}_i \quad (3)$$

ここで  $\tilde{R}_i$  は  $i$  番目 ( $i = 1, 2, \dots, 36$ ) の業種の収益率、 $\tilde{f}_1$  は第 1 主成分、 $\tilde{f}_2$  は第 2 主成分、 $a_{i0}$  は定数項、 $a_{i1}$ 、 $a_{i2}$  は  $\tilde{f}_1$ 、 $\tilde{f}_2$  の回帰係数である。 $a_{i1}$ 、 $a_{i2}$  をそれぞれの主成分に対する (業種別) 反応係数と呼ぶことにする。回帰分析の



表 5 推計期間別反応係数の相関

観測データの数 = 36 (業種)

推計期間				推計期間				
1	73：01-77：12							
2	78：01-82：12							
3	83：01-88：04							
<第 1 主成分に対する反応係数>				<第 2 主成分に対する反応係数>				
		1	2	3		1	2	3
1	1.000				1	1.000		
2	0.534	1.000			2	0.239	1.000	
3	0.480	0.086	1.000		3	0.733	0.246	1.000

期間は I (1973年 1月から1977年12月)、II (1978年 1月から1982年12月)、III (1983年 1月から1988年 4月) の 3つとし、それぞれの期間で反応係数がどのように変わるかを調べた。5年毎に推計期間を区切ったのは NEEDS-PORTFOLIO で公表しているベータ値の推計期間が 5年であり、これと比較可能性を持たせるためである (表 5)。

表 5 から、反応係数は推計期間によって大きく変わることがわかる。

次に、第 1 主成分の反応係数を横軸に、第 2 主成分の反応係数を縦軸に取って、業種別反応係数の散布図を描いてみた。ここでは紙幅の関係もあり 73年 1月から 88年 4月までの全期間を推計期間とする反応係数の散布図を掲げる (図 2)。

散布図の横軸方向に注目すると右側には証券、鉄鋼、化学、非鉄などが並ぶ。一方、左側には電力、空運、銀行などの産業が並んでいる。反応係数の大きい業種はどちらかというと景気動向に敏感に反応する業種が多いようである。一方、反応係数の小さい業種は景気動向にあまり左右されない安定した、どちらかというと比較的公共性の高い業種が並んでいる。こうした

ことから第 1 主成分は長期の見直しを含めた実体経済を表すものと解釈できそうである。

縦軸方向の業種分布は横軸方向よりも興味深いものがある。反応係数の大きい業種は電機、精密、自動車、といった輸出依存型の製造業が並ぶ。逆に反応係数の小さい業種としては、銀行、証券、保険などの内需型のサービス業が並ぶ。第 2 主成分については短期的な見込み (予想) を含めた金利動向を表すとの解釈が妥当と言える。例えば、目先 (短期的に) 金利が上昇した時 (ないしは上昇見込みの時) を考えよう。通常、金利上昇は景気の上昇 (過熱まではっていない) を意味するため、電機など製造業を中心とした企業業績の好転と一致することになる。このため、これらの業種の反応係数が大きくなると考えられる。一方、金利上昇は株価、地価などの資産価格の下落をひき起こす。このため、金融、不動産など含み資産をたくさん抱える業種の反応係数は負になると考えられる。

### 3-3 銘柄別反応係数からの意味付け

3-2 と同じ方法で、今度は銘柄別の収益率を対象とした主成分反応係数を算出し、散布図を描いてみた。銘柄の分布は業種別反応係数の





表7 反応係数と財務指標の相関

項番	反応係数推計期間 財務データ対象期間	73：01—88：04 74：03—88：03		73：01—77：12 74：03—78：03		78：01—82：12 79：03—83：03		83：01—88：04 84：03—88：03	
		I	II	I	II	I	II	I	II
3	借入金依存度	-0.103	-0.428	-0.004	-0.104	-0.267	-0.143	-0.129	-0.414
4	有利子負債利率	-0.119	0.196	0.196	0.408	-0.008	-0.430	-0.480	-0.022
5	インタレスト・カバレッジ	-0.014	0.081	-0.278	0.023	-0.056	0.020	0.280	0.086
6	自己資本比率	0.101	0.361	-0.116	0.076	0.224	0.398	0.113	0.385
7	自己資本当期利益率	0.003	0.068	-0.047	-0.004	0.349	0.241	-0.038	-0.207
8	使用総資本営業利益率	-0.262	0.024	-0.286	0.150	-0.159	-0.333	0.004	-0.069
9	売上高経常利益率	-0.185	-0.048	-0.320	-0.018	-0.043	-0.250	0.120	-0.171
10	売上高営業利益率	-0.211	-0.334	-0.347	-0.116	-0.146	-0.251	0.042	-0.462
11	輸出比率	0.301	0.438	0.589	0.412	0.389	0.270	-0.153	0.437
12	売上高（1社平均）	-0.356	-0.180	-0.090	-0.053	-0.158	-0.261	-0.421	-0.175
13	Log（12）	-0.311	-0.190	0.036	-0.089	-0.189	-0.236	-0.451	-0.159
14	経常利益（1社平均）	-0.546	-0.316	-0.307	-0.147	-0.225	-0.168	-0.543	-0.372
15	Log（14）	-0.393	-0.206	-0.180	-0.178	-0.044	-0.180	-0.320	-0.282
16	営業利益（1社平均）	-0.524	-0.367	-0.303	-0.162	-0.217	-0.128	-0.540	-0.403
17	Log（16）	-0.365	-0.399	-0.140	-0.205	-0.155	-0.229	-0.325	-0.406
18	総資産（1社平均）	-0.435	-0.438	-0.145	-0.268	-0.179	-0.144	-0.451	-0.420
19	Log（18）	-0.279	-0.451	0.004	-0.297	-0.184	-0.256	-0.342	-0.393
20	純資産（1社平均）	-0.463	-0.345	-0.216	-0.238	-0.151	0.018	-0.591	-0.358
21	Log（20）	-0.311	-0.318	-0.061	-0.275	-0.070	-0.030	-0.450	-0.250
22	1株当たり利益	0.223	0.391	0.104	0.010	0.323	0.314	0.250	0.346
23	1株当たり純資産	0.310	0.490	0.233	0.081	0.301	0.255	0.347	0.527

I……第1主成分反応係数との相関係数    II……第2主成分反応係数との相関係数

けを特定するのは困難である。ただし、財務指標の時間的遅れを考慮すれば、適切なラグ関係を取り込んだ分析が推計結果の改善につながる可能性は高そうである。

### 3-5 まとめ

以上、様々な角度から主成分の経済的意味付けを考察してきた。これまで行ってきた四半期データからの分析では回帰分析によって主成分の意味付けが可能であったが、今回の月次データに回帰分析を適用するのは極めて困難である。そこで、業種別反応係数の散布図などを中

心に意味付けを考察してきたが、その結果、第1主成分は長期的視点からの実体経済（生産）要因、第2主成分は短期的視点からの金利要因であると言えそうである。

## 4. APTのリスク価格と

### 期待収益率の推計

#### 4-1 推計方法

以下の要領でAPTに基づくリスク価格と収益率を推計した。

##### 1. 対象



表9 リスク価格の再推計結果

推計方法	推計期間	定数項 $R_f$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	決定係数
①	73:01--77:12 94銘柄	0.233 (1.012)	0.03162 (0.593)	-0.00391 (-0.134)	0.00000
	78:01--82:12 32銘柄	-0.931 (-2.330)	0.36844 (3.487)	0.01884 (0.199)	0.35403
	83:01--88:04 205銘柄	1.381 (7.598)	0.28726 (6.355)	-0.13679 (-7.998)	0.42346
②	73:01--77:12 94銘柄	---	-0.07411 (-3.522)	0.03855 (1.753)	0.00000
	78:01--82:12 32銘柄	---	0.06881 (0.775)	0.02489 (0.216)	0.30526
	83:01--88:04 205銘柄	---	0.50320 (34.824)	-0.12117 (-6.812)	0.39882

注：①②は487銘柄のうち、第1、第2主成分の反応係数の $t$ 値（絶対値）がともに2以上の銘柄を対象とした。  
（ ）内は $t$ 値。

表10 残差の降順上位50銘柄による運用シミュレーション

単位：％ 83年1月～88年4月	運用シミュレーション			
	推計期間内	1ヵ月後	2ヵ月後	3ヵ月後
マーケットインデックス(収益率)	2.187	-3.857	-0.680	0.802
日経平均騰落率	2.046	-0.337	0.474	0.833
残差・降順(収益率)	1.754	6.400	6.407	2.759

推計式： $E(\tilde{R}_i) - R_f = \gamma_{1i}\lambda_1 + \gamma_{2i}\lambda_2$  (5)

③業種別36業種

推計式： $E(\tilde{R}_i) = R_f + \gamma_{1i}\lambda_1 + \gamma_{2i}\lambda_2$  (6)

④業種別36業種

推計式： $E(\tilde{R}_i) - R_f = \gamma_{1i}\lambda_1 + \gamma_{2i}\lambda_2$  (7)

ここで $E(\tilde{R}_i)$ は収益率（銘柄別、業種別）の期間内平均値 ②、④の $R_f$ は日経公社債インデックス（短期債、月末値）の期間内平均値  $\gamma_{1i}$ は第1主成分反応係数（銘柄別、業種別）。

$\gamma_{2i}$ は第2主成分反応係数（銘柄別、業種別）。

$i$ は $i$ 銘柄または $i$ 業種を表す。リスク価格の推計結果を表8に示す。

推計結果をみるとリスク価格が推計期間によって大きく変わることがわかる。場合によって

は符号も反転する。また、リスクフリー・レート推計値が年率換算で10%以上とかなり大きい。このことはリスクの小さい証券がリターンも大きくなっている可能性があることを示唆している。そこで参考までに個別銘柄の反応係数の $t$ 値が2未満のものを除き、同じように $R_f$ 、 $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ を推計してみた（表9）。

表9では反応係数が統計的に有意なものが少ないが、推計方法②の定数項をみると表8の数字よりも確かに小さくなった。ただし、直近の5年（1983年4月以降）の定数項は依然大きい。

4-2-2 期待収益率の推計

表8の②から得られた $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ を使い、銘柄別

