

## 接合分布関数（コピュラ） —その類型と理論の展望—

塚原 英 敦

### 目 次

- |            |           |
|------------|-----------|
| 1. はじめに    | 4. さらなる話題 |
| 2. 接合関数の理論 | 5. 結び     |
| 3. 接合関数の類型 |           |

本稿の目的は、接合分布関数（コピュラ）の理論と応用について、数学上の技術的側面にはできるだけ深入りせずに、初等的な統計学の知識を前提にして、最新の展開まで概観することである。

### 1. はじめに

数量的な分析において、2つの変量間の関係を探るためにまず用いられるのは相関係数であろう。2つの確率変数  $X$  と  $Y$  に対して、それらの相関係数（後述する順位相関と区別するために、ピアソンの積率相関係数とも呼ばれる）は、

$$\text{Corr}(X, Y) := \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)\text{Var}(Y)}} \quad (1)$$

で定義される。ファイナンスの基礎的な理論であるCAPMにおいても、相関係数は鍵となる量である。相関係数は、2変量間の線形的な関連度を測る指標であり、それを-1から1までの数値で

表すことができるので、非常に便利である。しかし、相関係数はあくまでも2つの変量が“全域的に”どれくらい“直線的な”関係を持っているかを測る指標であり、相関係数が0であるからといって、必ずしも2つの変量間に関係がないとは言いきれない。また、相関係数は分散が有限な場合にしか定義できないという技術的な欠点もある。

確率変数間の関係についての情報を漏らすことなく記述するのは、同時分布と呼ばれる概念である：2つの確率変数  $X$  と  $Y$  の同時分布関数は

$$F(x, y) = P(X \leq x, Y \leq y)$$

で定義される。これは、 $X$  と  $Y$  それぞれの周辺の挙動とそれらの相互依存構造を両方記述してい



塚原 英敦（つかはら ひであつ）

成城大学経済学部教授。1988年東京大学経済学部卒業。96年イリノイ大学アーバナ・シャンペーン校Ph. D.（統計学）。96年4月東京大学経済学部助手。98年4月成城大学経済学部専任講師。同大学准教授を経て08年4月より現職。